

دقت سنجی طرحهای اتلافی Ro مرتبه سه و CUSP در تحلیل جریان گذر صوت حول ایرفویل نوسانی پیچشی به کمک شبکه سازمان یافته فنی

علی حیدری^۱

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
* سمنان، صندوق پستی: ۳۵۱۴۱-۱۷۹، heydary.a@gmail.com

چکیده

در این مقاله تحلیل جریان غیر دائم گذر صوت همراه با حرکت مرز و همچنین مقایسه طرح های اتلافی اسکالر، رو مرتبه سه و کاسپ در این گونه جریان ها مورد توجه است. بدین صورت که جریان غیر دائم، دو بعدی، تراکم پذیر و غیر لزج حول یک ایرفویل نوسانی با حل معادلات اویلر روی یک شبکه سازمان یافته تطبیق پذیر بررسی می شود. برای افزایش قابلیت حرکت شبکه عددی و جلوگیری از تداخل خطوط شبکه از فنر کششی در راستای موازی سطح و عمود بر سطح استفاده شده است. همچنین از طرح اتلافی تفاضل بالادست رو (Ro) و طرح اتلافی تفاضل مرکزی CUSP برای تحلیل جریان استفاده شده است. مسئله اصلی طرح تفاضل مرکزی برای حل معادلات که به عنوان نتیجه پدیده شوک اتفاق می افتد، ناپایداری و ناپیوستگی در حل است که به علت عدم استفاده درست از اطلاعات نزدیک شوک رخ می دهد. که برای حل این مشکل از اتلافات مصنوعی استفاده شده است. با این روش حرکت ایرفویل نوسانی شبیه سازی، شبکه آن تطبیق پذیر و اتلافات مصنوعی آن مدل شده است. سپس نتایج حاصل با نتایج تجربی مقایسه می گردد. در نهایت دقت روش های عددی بررسی می شود. نتایج نشان می دهد که دقت حل روش کاسپ در لبه فرار ایرفویل بیشتر است و همچنین شوک ایجاد شده بر روی ایرفویل را بهتر مدل می کند.

کلیدواژگان

شبکه سازمان یافته، فنر خطی، شبکه متحرک تطبیق پذیر، طرح اتلافی مرکزی CUSP، طرح اتلافی بالادست RO

Accuracy assessment of Ro 3rd order and CUSP dissipation schemes to analyze transonic flow around pitching airfoil using structured spring network

Ali Heydari¹

2- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran
* P.O.B. 35141-179 Semnan, Iran, heydary.a@gmail.com

Abstract

In this article, the unsteady transonic flow analysis with moving boundary is considered to compare dissipation schemes consist of: SCDS scheme, Ro 3rd order and CUSP methods. So that the unsteady, two-dimensional, non-viscous, compressible flow around an oscillating airfoil is investigated by solving Euler equations with adaptive grid network. To enhance the ability of moving grid network and prevent interference grids, linear springs are used in tangential and normal direction to the surface. Also the difference between the upwind (Ro) and the central difference CUSP dissipation scheme analysis is studied. The main problem, which occurs to the solution of equations as a result of the phenomenon of shock in central differences, is instability and non-continuity in the solution because of the lack of shock information. To solve the problem the artificial dissipation is used. In this way, the oscillating airfoil motion, the adaptive network and artificial dissipation are modeled. For validation, results are compared with experimental data. Finally, the numerical accuracy is checked. The results show that the of solving the CUSP scheme at the airfoil trailing edge and the shock capturing leads to better accuracy.

Keywords

Structured grid network, linear spring, moving adaptive, CUSP dissipation scheme, upwind RO dissipation scheme

۱- مقدمه

توربوماشینها، روتور هلیکوپتر و یا توربین بادی داشته باشد. با کنترل نیروهای غیردائم می توان کارایی وسیله پرنده را افزایش و اثرات نامطلوب پدیده های غیردائم را کاهش داد.

تجزیه و تحلیل های عددی نشان داده است که شبیه سازی های موفقیت آمیز جریان و دقت حل قویاً به تعدادگره های بکار رفته در شبکه محاسباتی بستگی دارد. در یک شبکه خوب بایستی حتی الامکان فواصل گرہ های مختلف یکنواخت باشد و همچنین حالت عمودی داشته باشند وبا خصوصیات مهم جریان قابل تطبیق باشند. ایجاد چنین گرہ هایی برای جریان های پیچیده اگر غیر ممکن نباشد تا حدودی مشکل است زیرا تعداد کل گرہ هایی که میتوانند در شبیه سازی مورد استفاده قرار بگیرند اغلب محدود می باشد. در کل هنگام حل جریان غیر دائم که در آن تغییر شکل و

تحلیل جریان غیردائم حول سطوح برآزا از مسائل مهم و کاربردی در مبحث آیرودینامیک می باشد. در حقیقت، در اکثر وسایل پرنده رژیم هایی از جریان وجود دارد که نیروهای غیردائم در مقابل نیروهای دائم قابل صرف نظر کردن نیستند. برای مثال، جریان حول پره های هلیکوپتر در پرواز رو به جلور با صرف نظر کردن از اثرات جریان غیردائم نمی توان به طور دقیق تحلیل کرد. از طرف دیگر پدیده های غیردائم و نامطلوبی همچون فلاتر، ارتعاشات اجزاء، لرزش شوک، باد ناگهانی و واماندگی دینامیکی می توانند باعث کاهش کارایی وسیله پرنده شوند

همچنین، غیردائم بودن جریان می تواند اثرات مثبتی مانند تاخیر در واماندگی، تولید کنترل شده گردابه های نوسانی، بهبود بخشیدن کارایی

مشکل حل می شود اما به شرطی که تغییر مرز در هر بازه حرکتی کوچک باشد.

از آنجا که طرح‌های تفاضل مرکزی اتلاfiات (Dissipation) ناچیز دارند لذا اتلاfiات مصنوعی (Artificial Dissipation) به معادلات اضافه می‌گردد که سهم مهمی در دقت حل معادلات ایفا می‌کنند. به دو منظور لازم است که اتلاfiات مصنوعی به معادلات تفاضلی حاکم اعمال شود:

1. نخست برای از بین بردن نوسانات با فرکانس بالا.
2. دوم برای پیش بینی بهتر شوک‌ها.

در تعیین جملات اتلاfiی باید بسیار دقت کرد. به ویژه در مواردی که اتلاfiات فیزیکی نظیر لزجت موجود است، افزودن اتلاfi بیش از حد، آن ناحیه لزج را آلوده می‌کند و باعث ایجاد گردآیدان‌های تند حتی در ناحیه غیرلزج می‌شود. بنابراین لازم است که ضرایب اتلاfi را در پایین‌ترین حد ممکن انتخاب کرد تا اندازه آنها آنچنان باشد که فقط بتواند نوسانات را مستهلک کند.

پایه و اساس طرح‌های انفصالی غیر نوسانی در دو دهه گذشته گذاشته شد. یکی از اولین طرح‌های پیشنهادی در این زمینه توسط جیمسون [3] (Jameson) ارائه شد. در این شکل از اتلاfi مصنوعی، ترکیبی از جملات اتلاfi مرتبه دوم و چهارم وجود دارد که توسط پژوهشگران متعددی مورد استفاده قرار گرفته است. اساس این طرح بر این فرض استوار می‌باشد که ابتدا جملات اتلاfi مصنوعی مرتبه چهارم در سراسر ناحیه مورد بررسی برای ممانعت از ناپایداری‌های غیرخطی اضافه می‌گردد. این طرح گرچه در آن زمان بسیار موفق بود ولی لزجت مصنوعی نسبتاً زیادی به معادلات اضافه می‌کرد.

سونسن و ترکل [4] (Swanson & Turkel) شکل ماتریسی برای جملات اتلاfi مصنوعی ارائه کردند که مقدار مناسبی از اتلاfi را برای هر منطقه از حل به معادلات اضافه می‌نمود. ولی با وجود این زمان محاسبات عددی در این حالت بطور قابل ملاحظه‌ای نسبت به طرح قبلی افزایش یافت. تاتسومی (Tatsumi) و جیمسون طرح اتلاfi مصنوعی جدیدی به نام کاسپ (CUSP) ارائه کردند که از نظر دقت قابل رقابت با طرح ماتریسی است و در مواردی حتی جواب‌های بهتری می‌دهد و از لحاظ محاسبات و زمان لازم، حل را زودتر همگرا می‌نماید.

دسته دوم، روش‌های بالادست می‌باشند. روش‌های تفاضل بالادست در مقایسه با روش‌های تفاضل مرکزی، روش‌های بسیار پیچیده‌تری در هنگام برنامه‌نویسی بوده و نیازمند حافظه بیشتری جهت تعیین سرعت امواج صوتی (مقادیر ویژه) که جهت پخش اطلاعات را تعیین می‌کنند، می‌باشند. همچنین این روش‌ها به علت دارا بودن ماهیت پخشی که دارند احتیاج به استفاده از دقت‌های مرتبه بالاتر دارند.

اولین روش از گروه روش‌های بالادست، به‌صورت ضمنی و با دقت درجه اول توسط کورانت [5]، ارائه شد. این روش مقدمه‌ای بر ورود خاصیت فیزیکی جریان در ارائه روش‌های عددی بود در سال‌های بعد تعداد زیادی روش با دقت‌های مرتبه بالاتر، به‌صورت ضمنی و صریح ارائه گردید. از مهمترین این روش‌ها، می‌توان به روش‌های گودنوف، رو، اوشر و هارتن اشاره کرد.

گروه روش‌های تجزیه برداری شار، یک زیر گروه از گروه بزرگ جریان از بالادست می‌باشد. این زیر گروه بر تجزیه مستقیم مشتق دبی بنا شده است. زیر گروه دیگر روش‌های بالادست، زیر گروه گودنوف [6]، می‌باشد. در روش گودنوف معادله اوپلر به صورت محلی در همسایگی حالت‌های ناپیوسته حل

یا حرکت جسم را داریم در هر تکرار نیاز بود شبکه جدید تولید شده که بسیار حافظه کامپیوتر را در گیر می‌کرد و حل بسیار آهسته پیش می‌رفت. ولی اعمال شبکه انعطاف پذیری که این قابلیت را داشته باشد که با حرکت جسم و تغییر شکل آن شبکه خود را تطبیق داده و به بهترین حالت قرار گیرند تاثیر به سزایی در سرعت انجام حل و صرفه جویی در هزینه و زمان خواهد داشت. پس روش‌های حل شبکه خود تطبیقی به منظور پیشرفت بیشتر در شبیه سازی عددی مسائل جریان غیر دائم حول اجسام متحرک بسیار مهم و اساسی به نظر می‌رسد.

یک روش جهت تحلیل جریان غیر دائم حول جسم متحرک استفاده از شبکه با قابلیت حرکت و تطبیق پذیری مجاور مرز متحرک می‌باشد. در این میان استفاده از شبکه‌های تطبیق پذیر جهت حل جریان غیر دائم حول اجسام متحرک با حفظ ساختار ارتباطی بین سلولها و عدم تولید شبکه مجدد از دیدگاه محاسباتی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

روشهای مختلفی برای تطبیق شبکه با حرکت مرز اجسام متحرک بوجود آمده که هر کدام دارای معایب و محاسن مخصوص به خود می‌باشند. در مسائل خاصی می‌توان شبکه محاسباتی را با حرکت جسم و تغییر مرز حرکت داد. در این صورت پیچیدگیهای موجود به میزان قابل توجهی کم می‌شود. این روش بدین صورت است که تغییر مکان را در بازه‌های خاصی انجام داده و در هر مرحله ناحیه داخل مرز را مجدداً به همان روش اولیه شبکه بندی می‌کند. اما اگر مسأله شامل حرکت دو جسم نسبت به یکدیگر باشد، این روش دچار مشکل می‌شود. روش فنرخطی که اولین بار توسط باتینا [1] ارائه شده است، متداولترین روش حرکت دادن شبکه المانی است. روابط این روش بسیار ساده بوده و زمان و حافظه زیادی از کامپیوتر برای انجام محاسبات آن نیاز نمی‌باشد. استفاده از این روش کلاسیک در برخی حالات کافی بوده و معقول به نظر می‌رسد ولی در واقع در حالتی که حرکت منطقه ای شبکه در مقایسه با اندازه‌های المانهای آن منطقه از شبکه کوچک نباشد این روش موفق نخواهد بود مشکل اساسی این روش، عدم توانایی در ایجاد شبکه عددی مناسب در جابجایی‌های زیاد می‌باشد که متأسفانه در بسیاری موارد عملی جابجایی مرز چندان کوچک نمی‌باشد.

روش فنر خطی نمی‌تواند از ایجاد المانهای پهن جلو گیری کند و همچنین نمی‌تواند فروپاشی و سقوط شبکه المانی را کنترل کند، که این خود موجب تولید سلولهایی با حجم منفی می‌شود. در واقع بین گره‌ها و ضلع‌ها تقاطع بروز می‌کند. هنگامی که المان پهن در شبکه ایجاد می‌شود، مشکل جبری در بسط معادلات حاکم ظاهر می‌شود که محدودیت شدیدی در گام زمانی مجاز ایجاد می‌کند. البته به عنوان یک رویه خوب می‌توان پیشنهاد کرد که مسائل تغییر مرز به مسائل ریزتری مثل تغییر شکل لایه مرزی و یا حرکت لایه مرزی و یا جدایش در مرزهای جسم تقسیم شوند و در مسائلی که تغییر مکانهای کوچکی داریم مثل تغییر شکلهای جزئی می‌توان از این روش با دقت خوبی استفاده کرد.

در کل روش آنالیز فتری برای شبکه‌های سازمان یافته و بی سازمان استفاده میشود و قابل تطبیق برای تغییر شکل‌های بزرگ با استفاده از فنر پیچشی یا فنر کششی ثنائیه بوده که در ادامه، این روشها توضیح داده می‌شوند. برای از بین بردن مشکل ایجاد شده در تغییر شکلهای بزرگ مورایاما و ناکاهاشی [2] روش فنر پیچشی را پیشنهاد دادند که مشکل تقاطع گرهها و ضلعها را حل میکنند. اما مشکل دیگری نیز وجود دارد. سلولهای چسبیده به مرز متحرک دچار افزایش سطح بسیار زیادی میشوند به طوری که یکنواپی شبکه‌ها را در نزدیکی مرز از بین می‌برد. ولی با اعمال فنر کششی ثنائیه این

۲-۱- روش فنر خطی دو بعدی برای شبکه سازمان یافته

برای حرکت دادن شبکه سازمان یافته فنر بندی خطی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم در راستای منحنی سطح جسم تعداد nx المان با اندیس i و در راستای عمود بر منحنی سطح جسم ny المان با اندیس j خواهیم داشت. در هر سطر موازی سطح جسم و بین هر دو گره فنری در نظر می‌گیریم. طول هر فنر که برابر اندازه ضلع متصل کننده دو گره در یک سطر است برابر است با:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_{i,j} - x_{i-1,j})^2 + (y_{i,j} - y_{i-1,j})^2} \quad (7)$$

برای کنترل اندازه المان های نزدیک مرز متحرک و المانهای دورتر سختی فنر را متناسب با عکس طول فنر در نظر می‌گیریم:

$$C_{linear}^{ij} = \frac{1}{D_{ij}^p} \quad (8)$$

p ضریبی ثابت است که معمولاً برابر 1 یا 2 در نظر گرفته میشود و p برابر با 2 معمول تر است. با نوشتن رابطه نیروها برای هر گره برای برقراری تعادل به معادله زیر می‌رسیم: [7]

$$C_{i,j} \left[(S'_{i,j} - S_{i,j}) - (S'_{i-1,j} - S_{i-1,j}) \right] = C_{i+1,j} \left[(S'_{i+1,j} - S_{i+1,j}) - (S'_{i,j} - S_{i,j}) \right] \quad (9)$$

که در آن s طول قوس منحنی در هر سطر از مبدا تا گره است که برابر مجموع طول فنرها تا گره مربوطه می‌باشد. s مربوط به تکرار قبلی بوده که معلوم است و S' مجهول می‌باشد. مشاهده می‌شود که این معادله شرایط مرزی زیر را داراست:

$$\begin{aligned} S'_{1,j} &= 0 \\ S'_{nx,j} &= U \end{aligned} \quad (10)$$

که U نشان دهنده جابجایی مرز بوده و برابر طول قوس منحنی در سطر z ام از مبدا تا گره آخر می‌باشد که مقدار آن معمولاً معلوم است. حال از حل معادله (9) به روش ضمنی طول قوس منحنی ها بدست می‌آیند که در ادامه باید آنها را به x, y تبدیل کنیم. بدین صورت مختصات نقاط جدید گره ها را بدست می‌آوریم. البته این نکته را باید در نظر گرفت که جابجایی مرز باید کمتر از مینیمم فاصله گره ها از یکدیگر در سطر مربوطه باشد. که اگر غیر از این بود باید این تغییر مکان به بازه های کوچکتری که کمتر از این مینیمم فاصله باشد تقسیم شود. در هر تغییر مکان کوچک باید این الگوریتم تکرار شود تا حل آن همگرا گردد که معیار همگرایی را می‌توان مجموع تفاضلات طول تمام فنر ها نسبت به تکرار قبلی در نظر گرفت. از نظر فیزیکی این همگرایی را می‌توان به کم شدن ارتعاشات فنرها و در نهایت تعادل آنها تشبیه کرد. پس از همگرایی، طول قوس نهایی مختصات نهایی گره ها را بعد از تطبیق به ما می‌دهد.

بزرگتر بودن تغییر مکان نسبت به مینیمم فاصله گره ها از یکدیگر این مشکل را ایجاد می‌کند که قبل از تطبیق و اعمال نیروی مخالف حرکت توسط فنر گره ها از هم رد شده و المان منفی ایجاد می‌گردد که نیروی فنر برای المان منفی جدید به عنوان یک اهرم کمک کننده به منفی تر شدن شبکه و در نهایت فروپاشی شبکه، عمل می‌کند. نمونه ای از کار عددی انجام شده در دو بعد فقط با در نظر گرفتن فنر اولیه بین المان های متحرک در ادامه نشان داده شده است.

می‌توان نتایج ناشی از کار عددی این قسمت را در مرجع شماره 9 ملاحظه کرد

می‌شود که به آن مسئله ریمان می‌گویند. اکثر روش‌هایی که در این زمینه ارائه شده‌اند، از حل معادله اویلر به صورت محلی، دقیق و حل غیر خطی بهره برده‌اند. یک گروه دیگر از این روش‌ها که از حل مسئله ریمان به طور تقریبی استفاده کرده است به روش تجزیه تفاضل شار معروف است. توسعه این روش‌ها منجر به تولید مقادیر قابل ملاحظه‌ای آنالیز ریاضی می‌گردد. تلاش‌های اساسی در این زمینه توسط هارتون (Harten) و اوشر (Osher) صورت گرفته است. یکی از معروفترین روش‌های تجزیه تفاضل شار، روش رو است که این روش به حل دقیق مسئله خطی شده ریمان می‌پردازد. روش‌های اولیه گودنوف بواسطه دقت مرتبه اول نمی‌توانستند پدیده‌هایی مانند امواج ضربه‌ای را به خوبی نشان دهند. به همین جهت در دهه هشتاد و نود روش‌های با دقت مرتبه بالاتر مورد توجه و تحقیق قرار گرفتند. نتیجه این تحقیقات بدست آمدن توانایی برای تولید روش‌هایی با دقت مرتبه بالا می‌باشد.

۲- معادلات حاکم

با توجه به در نظر گرفتن جریان دوبعدی، لزج، تراکم پذیر و ناپایدار، معادلات ناویر-استوکس با رینولدز متوسط در مختصات دو بعدی به صورت زیر بیان می‌گردد

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} \quad (1)$$

در رابطه W متغیر وابسته، E_i و F_i بردارهای شار جابجایی برای جریان غیر لزج می‌باشند که به صورت ذیل تعریف شده‌اند.

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E_i = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(\rho e + P) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vw \\ \rho v^2 + P \\ v(\rho e + P) \end{bmatrix} \quad (4)$$

E_v و F_v بردارهای شار لزج می‌باشد بطوریکه داریم:

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y) \end{bmatrix} \quad (6)$$

شرایط مرزی ورودی (T, P, V, ρ) از مرز بالا دست که شرایط جریان آزاد است تاثیر می‌پذیرد. شرایط مرزی در خروج از برونمایی جریان بالا دست بدست می‌آید. روی مرز جسم سرعت در راستای عمود بر سطح جسم مساوی سرعت جسم بوده و در راستای مماس بر سطح از معادله ممتم در راستای عمود بر سطح بدست می‌آید.

قدم سیزدهم به میزان جابجایی مرز، به اندازه تعیین شده در قدم پنجم، اضافه کرده و اگر به میزان جابجایی مطلوب نهایی (U) نرسیدیم به قدم پنجم می رویم و اگر رسیدیم نتایج حاصل شد.

می توان نتایج ناشی از کار عددی این قسمت را در مرجع شماره ۹ ملاحظه کرد.

۲-۳- جریان غیر دائم با شبکه متحرک

در این بخش به بررسی جریان ناپایا حول اجسامی که دارای مرز متحرک هستند می پردازیم. تنها قسمت قابل توضیح آن بدست آوردن گام زمانی مناسب برای تحلیل جریان غیر دائم می باشد.

همانطور که می دانیم برای بالا رفتن سرعت حل جریان های دائم از الگوریتم گام زمانی محلی که در آن برای هر المان گام زمانی مخصوص همان المان در نظر گرفته می شود، استفاده می شود.

$$\Delta T(i, j) = CFL * AREA(i, j) / Velocity(i, j) \quad (11)$$

این زمان ماکزیمم گام زمانی مجاز برای هر المان را نشان می دهد به این معنی که اگر گام زمانی از این مقدار بزرگتر شد جریان در المان در آن گام همگرا نشده و جواب ناقص به المان کناری وارد می شود. از آنجا که در جریانهای غیر دائم تعریف زمان برای ما بسیار مهم است و نیاز به یک گام زمانی برای کل حوزه داریم، برای جریان ناپایا این روش به مشکل برمی خورد و دقت لازم جهت تحلیل جریان از بین می رود. در اینجا روشی پیاده می شود که دقت حل برای جریان های ناپایا را تا حد قابل قبولی بالا می برد و در کل حوزه به یک گام زمانی مفروض می رسیم. بدین صورت که پس از بدست آوردن تمام گامهای زمانی محلی در تمام حوزه حل، از بین آنها مینیمم یابی شده و کوچکترین گام زمانی در کل ناحیه، به عنوان گام زمانی تمام المان های حوزه حل در نظر گرفته می شود. این عمل علاوه بر بالا بردن دقت حل اجازه داده می شود تا نتایج کامل شده از هر المان به المان مجاور منتقل شود.

$$\Delta T_{total} = \min(\Delta T(i, j)) \quad (12)$$

۲-۲- روش فنر کششی ثانویه برای شبکه سازمان یافته

در قسمت قبلی ملاحظه شد که اگر تغییر مکان شبکه در دو راستا بود و یا جسم نوک تیز مانند مثلث داشتیم دیگر فنر کششی اولیه به تنهایی کفایت نمی کند و باید سیستمی که از فروپاشی شبکه جلوگیری کند، طراحی شود. دیدیم که فنر های خطی اولیه در جهت حرکت اصلی قرار گرفتند و المانهای سطرهای موازی سطح جسم با فنر ها جایگزین شدند و طی چند تکرار خود را با حرکت اصلی تطبیق دادند. در حالتی که حرکت در دو راستای مختلف باشد و یا جسم نوک تیز باشد المانهای عمود بر سطح جسم نیز با فنر ها جایگزین می شوند به عبارتی فنر جایگزین تمام اضلاع المان شده است بطوری که اضلاع موازی سطح جسم در المان دارای فنر کششی اولیه و اضلاع عمود بر آنها دارای فنر کششی ثانویه هستند. بدین صورت فنر بندی در دو راستای عمود بر هم انجام دادیم.

فنر های کششی ثانویه دقیقاً همانند فنر های کششی اولیه فرمول بندی می شوند و ثوابت آنها نیز همانند ثوابت فنر های اولیه تعریف می شوند که در قسمت قبل توضیح داده شد با این تفاوت که اسم متغیر های برنامه عوض می شود و متغیر های دو فنر با هم یکی نیست زیرا هر راستا بصورت جداگانه و بدون هیچ وابستگی به راستای دیگر تطبیق می شود. در اینجا مهم این است که چگونه از این دو فنر در برنامه استفاده کنیم که برای پاسخ به این سوال الگوریتم زیر را بکار می گیریم.

۲-۲-۱- الگوریتم تطبیق شبکه با مرز متحرک:

قدم اول: ابتدا فضای محاسباتی را مشخص می کنیم به این ترتیب که مرز جسم و مرز دور دست را برای ورود به برنامه تولید شبکه آماده می کنیم. قدم دوم: توسط برنامه تولید شبکه فضای محاسباتی را مش اولیه می زنیم.

قدم سوم: جهت حرکت اصلی و مبدا محاسبات را مشخص می کنیم. قدم چهارم: در دو راستایی که فنر بندی کردیم به محاسبه طول اولیه فنر و سپس ثابت آن طبق تعریف می پردازیم.

قدم پنجم: مینیمم فاصله بین گره ها را بدست آورده، مرزی که می خواهد تغییر کند را مقداری حرکت دهیم که کمتر از مینیمم فاصله بین گره ها باشد.

قدم ششم: طول قوس های ثانویه مربوط به هر گره در دو راستا را بعد از تغییر مرز محاسبه می کنیم.

قدم هفتم: ماتریس سه قطری در جهت حرکت اصلی را ایجاد کرده ضرایب آن را بدست آورده و طول قوس نهایی مربوط به هر گره را محاسبه می کنیم ($S'_{i,j}$).

قدم هشتم: از روی طول قوس مربوط به هر گره X_i مربوط به آن گره را بدست می آوریم.

قدم نهم: معیار همگرایی را بررسی کرده اگر همگرا بود به قدم دهم و اگر همگرا نشد به قدم هفتم می رویم.

قدم دهم: ماتریس سه قطری در جهت دیگر غیر از جهت حرکت اصلی را ایجاد کرده ضرایب آن را بدست آورده و طول قوس نهایی مربوط به هر گره را محاسبه می کنیم.

قدم یازدهم: از روی طول قوس مربوط به هر گره X_i مربوط به آن گره را بدست می آوریم.

قدم دوازدهم: معیار همگرایی را بررسی کرده اگر همگرا بود به قدم سیزدهم و اگر همگرا نشد به قدم دهم می رویم.

۴-۲- طرح اتلاف مصنوعی اسکالر (SCDS)

در این طرح شار اتلافی به صورت معادله (۱۳) تعریف می‌گردد.

$$d_{i+1/2} = \varepsilon_{i+1/2}^2 \Delta w_{i+1/2} - \varepsilon_{i+1/2}^4 (\Delta w_{i+3/2} - 2\Delta w_{i+1/2} + \Delta w_{i-1/2}) \quad (13)$$

که در معادله (۱۳) مقادیر $\Delta w_{i+3/2}$ و $\Delta w_{i+1/2}$ و $\Delta w_{i-1/2}$ با استفاده از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \Delta w_{i-1/2} &= w_i - w_{i-1} \\ \Delta w_{i+1/2} &= w_{i+1} - w_i \\ \Delta w_{i+3/2} &= w_{i+2} - w_{i+1} \end{aligned} \quad (14)$$

ضرائب $\varepsilon_{i+1/2}^2$ و $\varepsilon_{i+1/2}^4$ معروف به ضرائب تطبیقی می‌باشند و به صورت معادله (۱۵) تعریف می‌گردند.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i+1/2}^2 &= \alpha_{i+1/2} \min\left(\frac{1}{2}, k_2 \bar{S}\right) \\ \varepsilon_{i+1/2}^4 &= \alpha_{i+1/2} \max(0, k_4 - a\bar{S}) \\ k_2 &= 1 \quad k_4 = 1/32 \quad a = 2 \end{aligned} \quad (15)$$

کمیت \bar{S} با استفاده از رابطه (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌گردد.

$$\bar{S} = \max(S_{i+2}, S_{i+1}, S_i, S_{i-1}) \quad (16)$$

$$S_i = \left| \frac{\Delta w_{i+1/2} - \Delta w_{i-1/2}}{w_{i+1} + 2w_i + w_{i-1}} \right| \quad (17)$$

مقدار $\alpha_{i+1/2}$ در معادلات (۱۵) با استفاده از معادله (۱۸) به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} \alpha_{i+1/2} &= \frac{1}{2} (\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_{i+1}) \\ \bar{\lambda}_i &= \Phi_i(r) \lambda_i \\ \Phi_i(r) &= 1 + (r_i)^\beta \end{aligned} \quad (18)$$

در معادله فوق β یک مقدار انتخابی است و در حدود ۰/۵ می‌باشد. اگر معادلات برای یک جریان دو بعدی نوشته شود در جهت γ نتیجه خواهد شد.

$$\bar{\eta}_j = \Phi_{i,j}(r^{-1}) \eta_j \quad (19)$$

مقادیر λ_i و η_j شعاع‌های ضمنی ماتریس ژاکوبین معادلات اولر می

باشند و α نسبت $\frac{\eta_j}{\lambda_i}$ است. شعاع‌های ضمنی از روابط (۲۰) به دست

می‌آیند.

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \Delta y \cdot u - \Delta x \cdot v + c \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \eta_j &= \Delta x \cdot v - \Delta y \cdot u + c \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن Δx و Δy جابه‌جائی وجوه المان (i, j) به ترتیب در جهات x و y می‌باشند.

روابط حاکم در طرح اسکالر به گونه‌ای است که در نزدیکی شوک جملات مرتبه دوم مقدار بیشتری اتلاف به معادلات می‌افزایند و در مابقی میدان جریان (نواحی عاری از شوک) مقدار بسیار کمتری به معادلات افزوده می‌شود. در عوض در نزدیکی شوک ε^4 که معرف جملات مرتبه چهار می‌باشد به سمت صفر میل می‌کند در حالیکه در نواحی عاری از شوک مقدار قابل ملاحظه ای دارد.

۵-۲- طرح اتلاف مصنوعی کاسپ (CUSP)

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جملات فشار در روابط شار جریان می‌باشد. در این طرح سعی شده است ضمن رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبات و زمان لازم کاسته شود. بردار شار همانطور که قبلاً گفته شد به دو جمله جابجایی و جمله فشار به صورت رابطه (۲۲) تجزیه می‌شود.

$$f = u \cdot w + f_p \quad (21)$$

با در نظر گرفتن روابط (۲) مقدار بردار f_p به صورت رابطه (۲۲) نتیجه می‌شود.

$$f_p = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ u \cdot p \end{pmatrix} \quad (22)$$

جمله اتلافی در این طرح با استفاده از رابطه (۲۳) تعریف می‌گردد.

$$d_{i+1/2} = \frac{1}{2} \alpha_{i+1/2}^* c (w_{i+1} - w_i) + \frac{1}{2} \beta_{i+1/2} (f_{i+1} - f_i) \quad (23)$$

که در آن با در نظر گرفتن جدا کردن جمله فشار در بردار شار معادله (۲۴) نتیجه می‌شود.

$$f_{i+1} - f_i = \bar{u} \cdot (w_{i+1} - w_i) + \bar{w} \cdot (u_{i+1} - u_i) + (f_{pi+1} - f_{pi}) \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) مقادیر \bar{u} و \bar{w} با استفاده از معادله (۲۵) تعیین می‌شوند.

$$\bar{u} = \frac{1}{2} (u_{i+1} + u_i) \quad (25)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{2} (w_{i+1} + w_i)$$

ضریب α^* به صورت معادله (۲۶) است.

2-Scalar Dissipation Scheme

$$\begin{aligned} \partial w_1 &= \partial p - \frac{\partial p}{\hat{c}^2} \\ \partial w_2 &= \partial u + \frac{\partial p}{\hat{\rho} \hat{c}} \\ \partial w_3 &= -(\partial u - \frac{\partial p}{\hat{\rho} \hat{c}}) \end{aligned} \quad (34)$$

در رابطه (34) عملگر $\partial() = 0_{i+1} - 0_i$ به صورت $\partial() = 0_{i+1} - 0_i$ عمل می‌کند.

$$\hat{r}^1 = \begin{vmatrix} 1 \\ \hat{u} \\ \hat{u}^2/2 \end{vmatrix} \quad \hat{r}^2 = \begin{vmatrix} 1 \\ \hat{u} + \hat{c} \\ \hat{H} + \hat{u}\hat{c} \end{vmatrix} \quad \hat{r}^3 = \begin{vmatrix} 1 \\ \hat{u} - \hat{c} \\ \hat{H} - \hat{u}\hat{c} \end{vmatrix} \quad (35)$$

در روابط بالا ثابت‌های Roe نیز به صورت رابطه (36) تعریف می‌شوند که جایگزین مقادیر متوسط می‌شوند.

$$\hat{\rho}_{j+\frac{1}{2}} = \sqrt{\rho_{j+1}\rho_j} = R_{j+\frac{1}{2}}\rho_j \quad (36)$$

$$\hat{u}_{j+\frac{1}{2}} = \frac{(u\sqrt{\rho})_{j+1} + (u\sqrt{\rho})_j}{\sqrt{\rho_{j+1}} + \sqrt{\rho_j}} = \frac{R_{j+\frac{1}{2}}u_{j+1} + u_j}{R_{j+\frac{1}{2}} + 1} \quad (37)$$

$$\hat{H}_{j+\frac{1}{2}} = \frac{(H\sqrt{\rho})_{j+1} + (H\sqrt{\rho})_j}{\sqrt{\rho_{j+1}} + \sqrt{\rho_j}} = \frac{R_{j+\frac{1}{2}}H_{j+1} + H_j}{R_{j+\frac{1}{2}} + 1} \quad (38)$$

که در روابط بالا $R_{j+\frac{1}{2}}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$R_{j+\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{\rho_{j+1}}{\rho_j}} \quad (39)$$

۲-۶- افزایش مرتبه دقت

در ابتدا، بحث استفاده از روش‌های جریان از بالا دست با دقت مرتبه اول مطرح بود اما بدلیل مشکلاتی که در استفاده از این نوع روش‌ها نیاز به استفاده از شبکه‌های درشت و در نتیجه افزایش زمان محاسباتی برای بالا بردن دقت محاسبات، وجود داشت، در دهه‌های هشتاد و نود، روش‌های با دقت بالاتر مورد توجه قرار گرفتند. جایگزینی صحیح فرمول‌های تفاضل محدود بالادست مرتبه اول با فرمول‌های مرتبه بالاتر منجر به تولید نوساناتی در اطراف ناپوستگی‌های میدان جریان می‌شود. این مسئله تا حدی استفاده از روش‌های بالا دست را تحت‌الشعاع قرار داده است. به هر حال برای رفع این مشکل تلاش‌هایی انجام شده است که در این کار برای جلوگیری از تولید نوسانات ناخواسته، از محدود کننده Van albada [9] استفاده شده است.

۲-۶-۱- اصول افزایش دقت در روش‌های بالادست

دقت مرتبه بالاتر در روش‌های بالادست را می‌توان با استفاده از نقاط بالادست بیشتری بدست آورد. برای رسیدن به دقت مرتبه بالاتر کافیست بدون اینکه در روش حل مسئله ریمان تغییری حاصل شود مرحله تعیین متغیرها در هر سلول را تغییردهیم. متغیرهای حالت در دو طرف هر وجه (متغیرهای w_E^L و w_E^R) از برون‌یابی بین همسایه‌های سلول مورد نظر بدست می‌آیند. این کار دقت مرتبه بالاتر در روش بالادست را ایجاد می‌کند. برای رسیدن به دقت مرتبه سه با استفاده از برون‌یابی متغیرهای حالت بر اساس یک چند جمله‌ای درجه دوم (سه‌می) و با کمک سه نقطه بدست می‌آید. برای مثال در تعیین w_E^L از سه نقطه 1-، z و z+1 استفاده می‌شود. در

$$\alpha^* c = \alpha c - \beta \bar{u} \quad (26)$$

اگر عدد ماخ به صورت $M = \frac{u}{c}$ و $\lambda^\pm = u \pm c$ باشند ضرایب α و β با استفاده از معادله (27) و (28) محاسبه می‌شوند.

$$\alpha = |M| \quad (27)$$

$$\beta = \begin{cases} +\max(0, \frac{u + \lambda^-}{u - \lambda^-}) & \text{if } 0 \leq M \leq 1 \\ -\max(0, \frac{u + \lambda^+}{u - \lambda^+}) & \text{if } -1 \leq M \leq 0 \\ \text{sign}(M) & \text{if } |M| \geq 1 \end{cases} \quad (28)$$

در نزدیکی نقاط سکون ضریب α باید با استفاده از معادله (29) تعیین می‌گردد.

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0}) \quad (29)$$

که در آن α_0 یک مقدار خیلی کوچک است. برای این که بتوان جواب دقیقتری گرفت باید جملات اتلاف مصنوعی در نزدیکی شوک‌ها با مقدار بیشتر و در مابقی میدان حل با مقدار کمتر وارد حل شوند. به این منظور یک تابع سوئیچ $L(u, v)$ که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبات می‌شود.

$$L(u, v) = \frac{1}{2} \left(1 - \left| \frac{u-v}{|u|+|v|} \right|^q \right) (u+v) \quad (30)$$

مقدار توان q انتخابی است و عددی بین ۲ تا ۳ می‌باشد.

حال باید w_i و w_{i+1} را با مقادیر جدید w_L و w_R جایگزین نمود. این تغییر باید در تمام میدان حل اعمال شود.

$$w_R = w_{i+1} - \frac{1}{2} L(\Delta w_{i+3/2}, \Delta w_{i-1/2}) \quad (31)$$

$$w_L = w_i + \frac{1}{2} L(\Delta w_{i+3/2}, \Delta w_{i-1/2})$$

۵-۲- طرح بالادست رو

در این طرح جمله $h_{i+1/2}$ شار عددی بین سلول i و $i+1$ به صورت زیر با رابطه (32) محاسبه می‌گردد.

$$\hat{f}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(f_i + f_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 |\lambda_k| \delta w_k \hat{f}^{(k)} \quad (32)$$

که در رابطه (32) z از ۱ تا ۳ تغییر می‌کند و نیز مقادیر λ در حالت یک بعدی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \hat{u} \\ \lambda_2 &= \hat{u} + \hat{c} \\ \lambda_3 &= \hat{u} - \hat{c} \end{aligned} \quad (33)$$

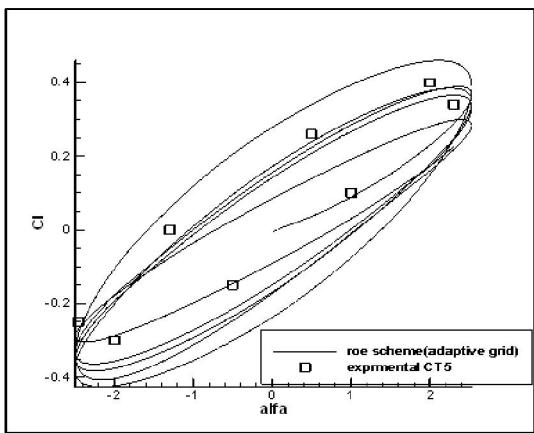
و δw_k و $\hat{f}^{(k)}$ به صورت رابطه (34) تعریف می‌شوند.

که ضرایب جدول ۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد. در رابطه ۱۳ α_0 زاویه ایست که ایرفویل حول آن با دامنه α_m نوسان می‌کند. این نوسان حول نقطه x/c روی وتر ایرفویل انجام می‌گیرد. و همچنین سرعت نوسان (ω) بوده و مقدار آن در جدول ۱ ذکر شده است.

۴- ارائه نتایج و بحث

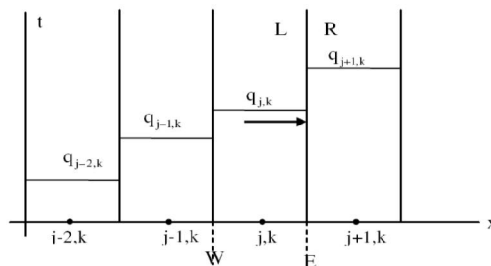
برای شبکه تطبیقی حدود ۲۲ ثانیه طول کشید تا ایرفویل هزار تکرار حرکت کند در حالی که با روش تولید شبکه مجدد حدود ۹۷۹ ثانیه یعنی تقریباً ۴۵ برابر شبکه تطبیقی زمان برای تولید شبکه لازم بود. با در نظر گرفتن اینکه برای هر نوسان ایرفویل در این کار نیاز به ۵۰۰۰۰ تکرار لازم است با روش تولید شبکه مجدد حدود ۲ روز به زمان حل برنامه برای هر نوسان اضافه می‌شود.

با مشاهده شکل های ۱ و ۲ که ضریب برا بر حسب زاویه نوسان روش کاسپ و رو در مسئله CT5 برای ۶ نوسان نشان داده شده و مقایسه آنها با شکل ۶ که ضریب برا بر حسب زاویه نوسان برای سه روش در مسئله CT2 برای ۶ نوسان را نشان می‌دهد، می‌بینیم که با دور شدن از منطقه مادون صوت و نزدیک شدن به منطقه گذر صوتی با اینکه دقت روش رو و کاسپ همچنان خوب است اما منحنی تمام نوسانات بر روی هم منطبق نشده حال آنکه در شکل ۳ که از روش اسکالر استفاده شده است منحنی‌ها روی هم می‌افتند.



شکل ۱ ضریب برا بر حسب زاویه نوسان روش کاسپ CT5

این حالت متغیرهای اولیه در طرفین سطح سلول E با توجه به شکل شماره (۱) با استفاده از رابطه (۴۰) بیان می‌شوند.



شکل ۱ سلول‌های محاسباتی در فضای زمان مکان

$$w_E^L = w_j + \frac{1}{6} \Delta_w w + \frac{1}{3} \Delta_E w$$

$$w_E^R = w_{j+1} - \frac{1}{6} \Delta_{EE} w - \frac{1}{3} \Delta_E w \quad (40)$$

$$\Delta_E w = (w_{j+1} - w_j)$$

$$\Delta_w w = (w_j - w_{j-1})$$

$$\Delta_{EE} w = (w_{j+2} - w_{j+1})$$

۳- تعریف مسئله

در این مسئله به بررسی جریان غیر لزج ناپایا حول ایرفویل NACA0012 که مرز آن در حال تغییر است می‌پردازیم. برای اینکه به شبکه این تغییر مرز را اعمال کنیم از الگوریتم شبکه تطبیقی استفاده می‌کنیم که در قسمت قبل توضیح داده شد. مرز دور دست به اندازه کافی دور فرض شده که نتایج در دوردست نیز دقیق باشد.

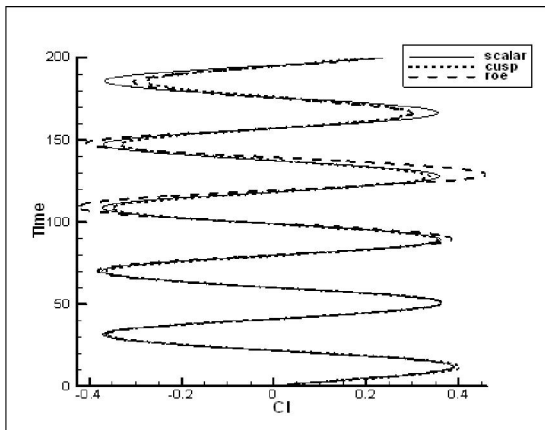
این مسئله برای چند حالت مختلف بررسی می‌شود مثلاً برای یک ایرفویل نوسانی با شرایط جریانی مختلف و نوسانات متفاوت که نتایج آن با نتایج ثبت شده در [۸] مقایسه گردیده است. کلاً برای بهتر شدن نتایج و جلوگیری از نوسانات جریان در حل ناپایا ابتدا اجازه می‌دهیم که جریان به حالت پایا برسد سپس چرخش را شروع می‌کنیم. حل مسأله غیردائم با دو مسأله نمونه مقایسه شده است. شرایط این دو مسأله در جدول ۱ ملاحظه می‌شوند.

جدول ۱ ضرایب دو مسئله حل شده

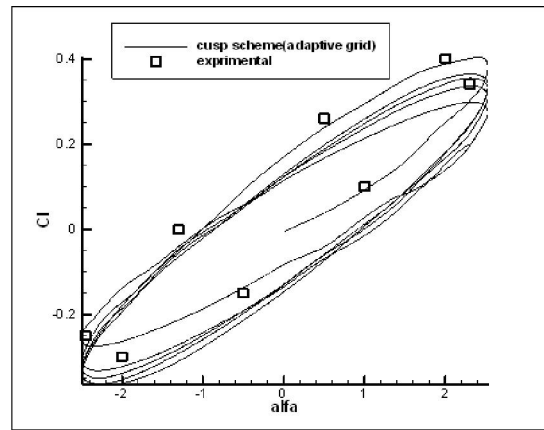
case	airfoil	M_∞	α_0	α_m	ω	x/c
CT2	NACA0012	۰/۶	۳/۱۶	۴/۵۹	۰/۱۶۲۲	۰/۲۷۳
CT5	NACA0012	۰/۷۵۵	۰/۰۱۶	۲/۵۱	۰/۱۶۲۸	۰/۲۵

در این دو مسأله زاویه حمله ایرفویل با تبعیت از رابطه زیر کم و زیاد می‌شود. [8]

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_m \sin(\omega t) \quad (13)$$



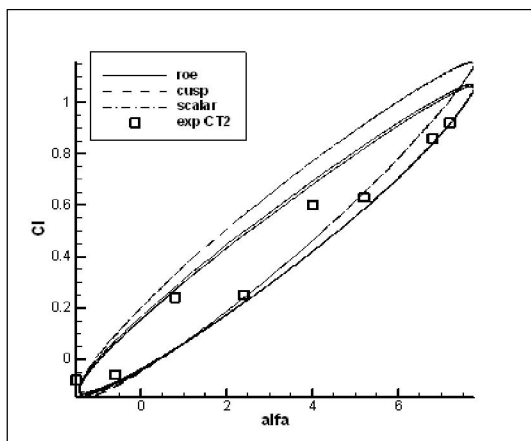
شکل ۴ ضریب برا بر حسب زاویه نوسان روش اسکالر CT5



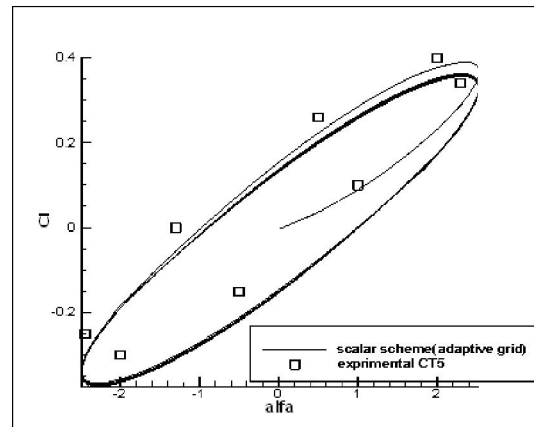
شکل ۲ ضریب برا بر حسب زاویه نوسان روش CT5

در تمام روشها مشاهده می شود با آنکه به جریان اجازه داده شده تا کاملاً پایا شود سپس حرکت شروع شود، ولی همچنان در شروع نوسانات انحراف کوچکی از منحنی هیستریزس مشاهده می شود که با ادامه نوسانات و پایا شدن حرکت نوسانی این انحراف کمتر می شود. در شروع حرکت چون جریان هنوز خود را با حرکت ایرفویل وفق نداده است از منحنی بیضی اصلی انحراف داریم ولی به نتایج تجربی نزدیک تریم. با دقت در شکل های ۱ و ۲ می بینیم که نتایج روش رو هنگام پایین آمدن ایرفویل و روش کاسپ هنگام بالا رفتن ایرفویل به نتایج تجربی نزدیک تر است که می توان با ترکیب این دو روش حل دقیقتری بدست آورد.

این نشان می دهد که در حالت ناپایا روش رو و کاسپ در شرایط مرزی مافوق صوت حساسیت بالایی دارند. شکل ۶ که ضریب برا بر حسب زاویه نوسان برای سه روش در مسئله CT2 را نشان می دهد دو روش کاسپ و اسکالر بر روی هم منطبق شده اند ولی هنگام رفتن ایرفویل به بالای نوسان با روش رو تفاوت جزئی دارند.



شکل ۵ ضریب برا بر حسب زمان CT2

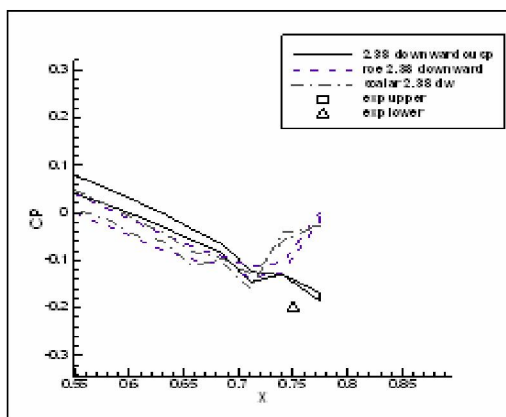
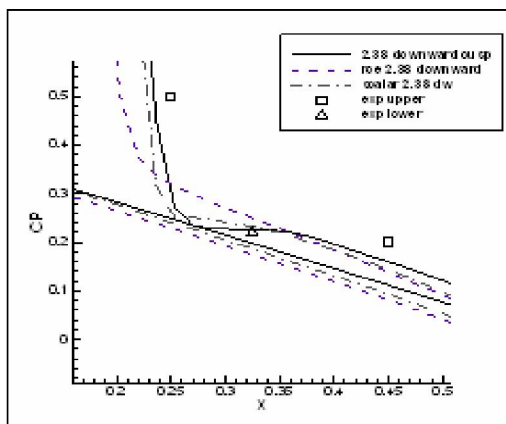


شکل ۳ ضریب برا بر حسب زمان CT5

همچنین ملاحظه می شود که روش اسکالر در جریان ناپایا حساسیت کمتری هم در جریان مافوق صوت و هم در جریان مادون صوت دارد، و برای ۶ نوسان منحنی هیستریزس ثابتی داریم.

شکل ۳ و شکل ۵ منحنی ضریب برا بر حسب زمان در دو مسئله را نشان می دهد که می بینیم دامنه روش کاسپ از همه کمتر بوده که به نتایج تجربی نزدیک تر است. با دقت در شکل ۷ تا ۱۰ می بینیم که روش کاسپ در انتهای ایرفویل نتایج تجربی را پوشش داده، حال

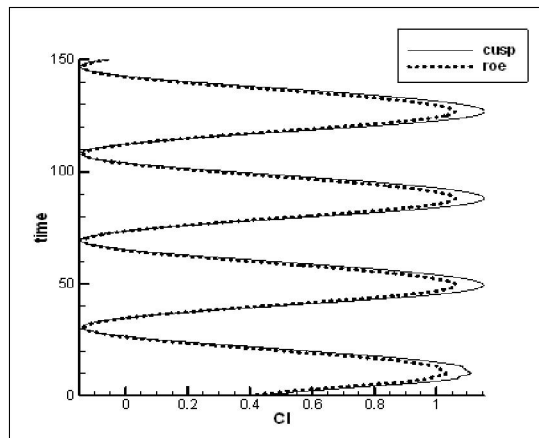
برای CFL های مختلف نمودارهای ضریب بر تفاوت چندانی ندارند. به این علت که زمان لازم برای همگرا شدن جریان در هر تکرار فراهم گردیده است و در هر تکرار جریان در تمام المان ها همگرا شده است.



شکل ۸ بزرگ شده از وسط و انتهای ایرفویل در شکل ۷

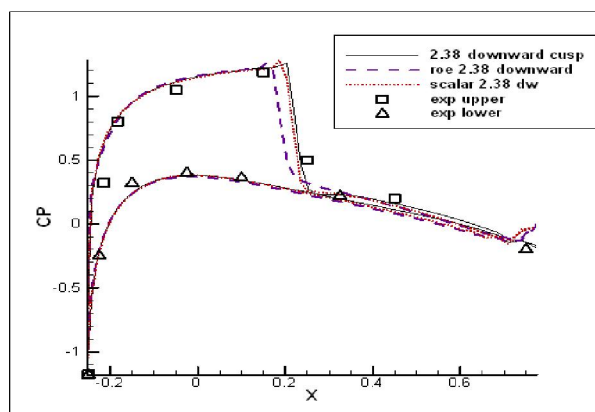
برای تولید مش تطبیقی باید مواردی را در نظر بگیریم. اولاً هر چه مش ریزتر باشد باید حرکت مرز در هر مرحله کند تر انجام شود تا رد شدن گره از ضلع قبل از اعمال نیروی فنر ها پیش نیاید. در کل باید حرکت در هر مرحله کمتر از مینیمم فاصله گره از ضلع باشد. ثانیاً اگر می خواهیم جسم را بچرخانیم مرز دور دست هر چه به حالت دایره نزدیک تر باشد بهتر است زیرا چرخش روی مسیر دایروی صورت می گیرد و اگر مرز بیضی شکل باشد تا حدی از چرخش روی مسیر دایروی، شکل بیضی خود را نگه می دارد و از آن به بعد تداخل مشها از مرز دور دست شروع می شود.

آنکه روش رو و اسکالر یک شوک کوچک را در آن ناحیه شناسایی می کنند که خلاف واقع است. و در کل روش کاسپ نسبت به روش های دیگر به نتایج تجربی نزدیک تر است. تمام نتایج تجربی از مرجع [۸] گرفته شده است.



شکل ۶ ضریب بر حسب زاویه نوسان CT2

با مقایسه نتایج مسئله دوم در قسمت حل غیر دائم ایرفویل نوسانی از نزدیک بودن نتایج حاصل از تطبیق شبکه سازمان یافته با مرز متحرک، به نتایج تجربی اطمینان حاصل می کنیم که حل غیر دائم جریان به روش شبکه تطبیقی در شبکه سازمان یافته نسبت به شبکه بی سازمان از دقت بالاتری برخوردار بوده و به نتایج تجربی نزدیک تر است. برای مشاهده نتایج مربوط به شبکه بی سازمان به مرجع [8] مراجعه شود.



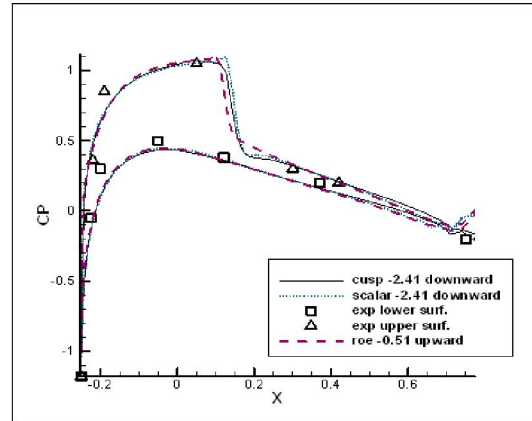
شکل ۷ ضریب فشار در طول ایرفویل ۲،۳۸ درجه به سمت پایین CT5

- [3]- Jameson, A., (1995), "Analysis and design of Numerical Schemes for Gas Dynamics Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and Their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence", *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 4, pp. 171- 218.
- [4]- Swanson, R. and Turkel, E. (1986), "Artificial and Central Difference Schemes for the Euler and Navier Stokes Equations", *AIAA 8th Computations Fluid Dynamics Conference*, New York, pp.55-69
- [5]- Courant, R., Isaacson, E., and Reeves, M. (1952), "On the Solution of nonlinear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences", *Comm. Pure and Applied Mathematics*, Vol. 5, pp. 243-255.
- [6]- Godunov, S. K. (1959), "A Finite Difference Method for the Numerical Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics", *Vol. 47*, pp. 357-393.

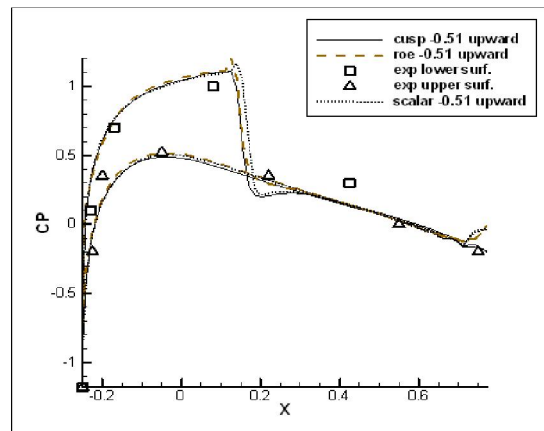
[7]- پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد، مجید ملک جعفریان، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، زمستان 1378

[8]- کاظم هجرانفر، محمدهادی اعظم پور "روش بالادست ضمنی به همراه شبکه بی سازمان متحرک انعطاف پذیر جهت شبیه سازی عددی جریان غیر دائم حول ایرفویل نوسانی" دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف ششمین کنفرانس سراسری انجمن هوافضای ایران - اسفند 1385

[9]- محمود پسندیده فرد، علی حیدری، مجید ملک جعفریان، محسن سالاری "تحلیل جریان ناپایا حول ایرفویل نوسانی به کمک شبکه سازمان یافته متحرک تطبیق پذیر" اصفهان، شاهین شهر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر هشتمین کنفرانس سالانه (بین المللی) انجمن هوافضای ایران، اسفند 1387



شکل ۹ ضریب فشار در طول ایرفویل ۵۱-، درجه به سمت بالا CT5



شکل ۱۰ ضریب فشار در طول ایرفویل ۴۱-، درجه به سمت پایین CT5

۵- جمع بندی:

همانطور که مشخص شد طرح اتلافی کاسپ نسبت به طرح های دیگر در تخمین شوک موفق تر بوده و خطاهای عددی اضافه به ویژه در دم ایرفویل نیز کمتر می شود. البته با بررسی دقیق تر می توان متوجه شد که نتایج روش رو هنگام پایین آمدن ایرفویل و روش کاسپ هنگام بالا رفتن ایرفویل به نتایج تجربی نزدیک تر است که می توان با ترکیب این دو روش حل دقیقتری بدست آورد. در حالت ناپایا روش رو و کاسپ در شرایط مرزی مافوق صوت حساسیت بالایی دارند اما روش اسکالر در جریان ناپایا حساسیت کمتری هم در جریان مافوق صوت و هم در جریان مادون صوت دارد.

۶- مراجع

- [1]- Batina J. T., *Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes*, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 8, August 1990.
- [2]- Murayama M., Nakahashi K., and Matsushima K., "Unstructured Dynamic Mesh for Large Movement and Deformation," *AIAA Paper 2002-0122*.