

بررسی تاثیر پارامتر طول بر نرخ انتقال حرارت در پره‌های متخلخل در جابجایی طبیعی

محمد جعفریان^۱، نادر رهبر^{۲*}

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
 ۲- استادیار، مرکز تحقیقات انرژی و تولید پایدار، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
 * سمنان، ۳۵۱۹۶۹۷۹۵۱، rahbar@semnaniau.ac.ir

چکیده

همواره توجه جوامع علمی همچنین صنایع مختلف از جمله صنایع الکترونیک در جهت یافتن تکنیک های جدیدی در زمینه افزایش نرخ انتقال حرارت بوده است. بکار گیری محیط های متخلخل با توجه به افزایش سطح موثر دریچه جدیدی را در این زمینه ایجاد می نماید. بدین منظور در این تحقیق بدنبال بهینه سازی و یافتن طول بهینه برای پره متخلخل هستیم. در این مطالعه اثر انتقال حرارت جابجایی بر روی یک پره مستطیل شکل در نظر گرفته شده است. پره متخلخل اجازه می دهد تا سیال بداخل آن نفوذ نماید و تعامل میان جامد و سیال از طریق جابجایی طبیعی صورت می پذیرد. برای فرموله کردن معادلات انتقال حرارت از مدل داری استفاده شده است. در نهایت به یک معادله درجه دو غیر خطی رسیده ایم. اثرات نیروی شناوری و نفوذپذیری سیال همچنین پارامتر های هندسی و تخلخل در یک پارامتر بی بعد دسته بندی شده است. برای بررسی عملکرد حرارتی پره چهار حالت پره با طول بلند، پره با طول محدود و لبه ی عایق، پره با طول محدود با دمای نوک معلوم و پره با طول محدود با فرض انتقال حرارت جابجایی از نوک پره در نظر گرفته شده است. درصد کاهش دما در طول پره و نرخ انتقال حرارت بدست آمده است.

کلیدواژگان

پره متخلخل، انتقال حرارت، جابجایی طبیعی، مدل داری

Investigate the Effect of length parameter on heat transfer rate in porous fin in natural convection

Mohammad Jafarian¹, Nader Rahbar^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran
 2- Assistant Professor, Strategic Center for Energy and Sustainable Development, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran
 * P.O.B. 3519697951 Semnan, Iran, rahbar@semnaniau.ac.ir

Abstract

Always considering the scientific community as well as various industries including electronics industries to find new techniques to increase the heat transfer rate. The use of a porous media due to increase the effective surface provides a new window in this context. Therefore, in this study we are trying to find the optimal length for porous fin. In this study the effect of heat convection considered on a rectangular fin. Porous fin allows fluid to flow through and cause a better Natural Convection and Heat Transfer between them. Darcy Models have been applied to formulate Heat Transfer which is presented as a second order nonlinear equation. Geometry and porosity are classified with a Dimensionless Parameter. Thermal behaviors of Fins on Temperature Reduction including: long fin, finite-length fin with insulated tip, finite-length fin with known Convective Coefficient at the tip and finite-length fin with known temperature at the tip are found. Amount of Temperature Reduction and heat transfer are calculated.

Keywords

Porous fin, Heat transfer, Natural convection, Darcy equation

۱- مقدمه

میزان انرژی حرارتی که در یک انتقال حرارت جابجایی از یک سطح به سیال منتقل می شود به پارامترهای مختلفی از جمله سطح تماس آنها بستگی دارد. برای ازدیاد انتقال حرارت می توان سطح تماس جسم با سیال را گسترش داد. این امر با افزودن پره روی سطح امکان پذیر است. همواره صنعت پره به دنبال کاهش ابعاد وزن و قیمت تمام شده پره بوده است این نیاز اغلب با هزینه بالای تولید فلزات با هدایت حرارتی بالا حاصل می شود. بهبود انتقال حرارت از پره پارامتر مهمی است که توجه بسیاری از محققان را جلب کرده است. که این امر توسط روش های زیر محقق خواهد شد:

۳- افزایش انتقال حرارت هدایت جابجایی بین سطح و سیال اطراف تحقیقات بسیاری جهت پیدا کردن شکل بهینه پره ها با توجه به روش اول بوده است. این رویکرد بر پایه جدا کردن یک اندازه دقیق از پره به صورت بهینه به شرطی که حجم مواد استفاده شده ثابت بماند انجام می گیرد. مروری بر شکل بهینه پره توسط سیندر و کراس ارائه گردیده است [۱]. دافین^۱ [۲] با استفاده از محاسبات متغیر شکل بهینه پره را مورد بررسی قرار داده است. بیژن^۲ و پولیکاکوس^۳ [۳] نشان دادند که شکل بهینه پره ها و ابعاد آنها فقط بر پایه زمینه های ترمودینامیکی محاسبه می شود. شکل بهینه پره ها با هدایت وابسته به دما توسط بیژن [۴] بررسی شده است.

۱- افزایش نسبت سطح به حجم

۲- افزایش نسبت حرارتی پره

¹ Duffin
² Bejan
³ Poulikakos

ضخامت معین توسط روش عددی بدست آمده با برنامه میپل را مطالعه کرده و نتایج خود را با نتایج بدست آمده توسط روش چهار بعدی دیفرانسیل ترکیبی مقایسه کرده است. همچنین عزیز و و خانی^{۱۱} روش تحلیل هموتوبی^{۱۲} را برای تخمین مشخصه حرارتی یک پره مستقیم از شکل زین اسبی زمانی که ضرایب انتقال حرارت و جابه جایی تابع دما هستند را به کار برده است [۱۶]. روش اختلاف محدود^{۱۳} بر روی یک پره سوزنی با شرایط مرزی مختلف توسط ملک زاده و رهیده بکار رفته است [۱۷].

حاتمی و همکارانش [۱۸] اثر داری و عدد رایلی روی پره متخلخل مستطیل شکل توسط روش آنالیز ضرایب بررسی کردند و همچنین نشان دادند روش حداقل مربعات نتایج دقیق تری نسبت به روش‌های دیگر دارد. کارایی پره برای چهار پره‌ی جامد طولی با سطح مقطع‌های مستطیلی، نمایی، مثلثی و... توسط ترابی و ژانگ^{۱۴} از طریق روش تحلیل دیفرانسیل با در نظر گرفتن تمام شرایط غیرخطی مطالعه شده است [۱۹]. کندو^{۱۵} کاری تحلیلی بر روی طراحی بهینه پره متخلخل ارائه نمود. او اشکال مختلف پره را تحت شرایط جابجایی آزاد بررسی و متوجه افزایش قابل ملاحظه‌ی انتقال حرارت از طریق پره‌های متخلخل برای هر شکل هندسی پره در مقایسه با پره‌های جامد (در شرایط تخلخل کم و ضرایب بالای جریان) شد [۲۰].

کیوان تحلیل حرارتی پره‌های متخلخل در شرایط جابه‌جایی طبیعی را بررسی نمود. او یک روش بر پایه تعادل انرژی و مدل داری جهت فرموله کردن معادلات انتقال حرارت و مشخصه حرارتی پره‌های متخلخل ارائه نمود و برای سه نوع مختلف پره مورد استفاده قرار داد. مشخص شد که انتقال حرارت پره‌های متخلخل می‌تواند از پره جامد بیشتر باشد [۲۱].

بیکر^{۱۶} و گرلا^{۱۷} مطالعه‌ای جهت جابجایی طبیعی تشعشی در پره مستطیل شکل را مطالعه نموده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که تشعش حرارت بیشتری را نسبت به مدل مشابه بدون تشعش جابجا می‌کند [۲۲].

دومیری و فاضلی معادله دیفرانسیل پره مستقیم غیرخطی را جهت بررسی توزیع حرارت و کارایی پره حل نموده‌اند [۲۳]. همچنین توزیع حرارتی برای پره‌های با هدایت حرارت وابسته به دما توسط گنجی و همکارانش مطالعه شد. [۲۴]

جونیدی و همکارانش از روش انتقال دیفرانسیلی برای حل تحلیل پره‌های مستقیم با انتقال حرارت جابه‌جایی وابسته به دما استفاده کردند و نتایج را با نمونه عددی و دقیق مقایسه نموده‌اند. نتایج آن‌ها مؤثر بودن و دقت بالای این روش را نشان داد [۲۵].

حاتمی و گنجی مشخصه دمایی پره‌های متخلخل را در حالت جابجایی همراه با تشعش با اشکال حلقوی استوانه‌ای در سطح مقطع‌های مختلف مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که پره‌هایی با برش نمایی (d) از جنس Si_3N_4 بیشترین مقدار انتقال حرارت را در بین بقیه پره‌ها دارند [۲۶].

کیم [۲۷] به طور تجربی تاثیر استفاده از پره‌های متخلخل بر انتقال حرارت و مشخصات جریان در صفحات مبدل حرارتی پره را بررسی کرده اند

از روش‌های مختلفی جهت بهینه‌سازی و افزایش بازدهی پره‌ها استفاده می‌شود. از جمله بهینه‌سازی هندسی، شکل، تغییر فاصله پره‌ها، بکارگیری مواد مختلف در ساخت پره‌ها و ...

در بررسی مقالات مشخص شده زمینه‌های متخلخل با هدایت حرارتی بالا جهت بهبود مشخصه حرارتی سیستم‌های مختلف استفاده شده‌اند. می‌توان از جمله صفحات جذب حرارت (کولکتورهای خورشیدی) بدون تیوب راکتورهای بستر بسته‌شده و کاتالیزوری، بالا بردن راندمان خشک‌کن‌ها، فیلترکردن، عایق‌کردن و روغن‌کاری و مبدل‌های حرارتی را نام برد.

فلسفه و اساس استفاده از پره‌های متخلخل افزایش سطح موثر است. یکی از اولین مزیت‌های استفاده از پره‌های متخلخل صرفه‌جویی در مواد اولیه بکار رفته می‌باشد. به همین دلیل پره‌های متخلخل داری مشخصه حرارتی بهتری نسبت به پره‌های قدیمی هم وزن خود هستند.

هوانگ^۱ و وفایی^۲ [۵] برای کنترل جریان و افزایش نرخ انتقال حرارت از بلوک‌های متخلخل استفاده کردند. ال‌کم^۳ و النمیر^۴ [۶] با هدف بهبود عملکرد حرارتی سیستم‌های مختلف از لایه‌های متخلخل با هدایت حرارتی بالا استفاده نمودند. کیم^۵ و همکاران [۷] به طور تجربی تاثیر استفاده از پره‌های متخلخل را بر روی انتقال حرارت و ویژگی‌های جریان در مبدل‌های حرارتی مطالعه کردند. کارهای تجربی در این زمینه محدود است و کار آنها تحت شرایط انتقال حرارت اجباری صورت گرفته است.

مفهوم استفاده از پره‌های متخلخل اولین بار توسط کیوان و النمیر مطرح شد [۸]. کیوان [۹] یک مدل ساده شده برای تحلیل حرارتی پره‌های متخلخل مستطیل شکل تحت شرایط جابجایی طبیعی ارائه نمود. ابوهجله^۶ [۱۰] اثر استفاده از پره‌های متخلخل بر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری از یک استوانه افقی را بررسی عددی کرده است و به این نتیجه رسید که استفاده از پره‌های متخلخل به جای پره‌های ساده نرخ انتقال حرارت را افزایش می‌دهد.

نتایج شبیه‌سازی کیوان و النمیر نشان می‌دهد که با به کارگیری پره متخلخل ممکن است عملکرد مشابه پره‌های معمولی اما با صرفه جویی مواد مصرفی بدست آید [۱۱].

موضوع استفاده از پره‌های ساخته شده از مواد متخلخل با معرفی مدل داری اولین بار توسط کیوان و همکارانش انجام شد [۱۲] به دنبال آن مطالعات بعدی در رابطه با تحلیل سطوح اضافه شده (پره‌های متخلخل) ارائه گردید.

سعدالدین و صادقی [۱۳] انتقال حرارت پره‌های استوانه‌ای را از طریق معادله رانج کوتای درجه ۴^۷ مطالعه نمودند و به این نتیجه رسیدند میزان انتقال حرارت از پره متخلخل می‌تواند پیش از یک پره جامد باشد.

ترکیلمازگا^۸ [۱۴] راه‌حلی دقیق برای نفوذ حرارتی در یک پره مستقیم با سطح مقطع‌های متغیر به دست آورد. او مشخص نمود که کارایی و میزان انتقال حرارت پره با سطح مقطع نمایی بیش از پره‌های مستطیل شکل است عزیز^۹ و بیرگیرین^{۱۰} [۱۵] مشخصه و طرح بهینه ی پره ی مستطیل شکل طولی را متصل به یک دیوار ه ی گرم شده با جابه جایی با قطر

⁹ Aziz¹⁰ Beers-Green¹¹ Khani¹² Homotopy¹³ Finite difference method¹⁴ Zhang¹⁵ Kundu¹⁶ Bakier¹⁷ Gorla¹ Hung² Vafai³ Alkam⁴ Al-Nimr⁵ Kim⁶ Abu-Hijleh⁷ Runge-Kutta 4th grade⁸ Turkyilmazoglu

جهت ساده کردن راه‌حل فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

(۱) سیال و قسمت جامد دارای مشخصه فیزیکی ثابت هستند. (۲) محیط متخلخل، همگن، ایزوتروپیک و اشیاع شده با سیال تک فاز است. (۳) از انتقال حرارت تشعشعی سطح چشم‌پوشی شده است. (۴) ماتریس جامد و سیال در حالت تعادل حرارتی با یکدیگر فرض می‌شوند. (۵) دما داخل پره فقط تابع x است. (۶) از تغییرات دما در جهت ضخامت پره صرف‌نظر می‌گردد. (۷) تعامل میان محیط متخلخل و سیال را می‌توان توسط فرمول داری مدل‌سازی کرد.

۲-۲- فرمول‌های ریاضی

می‌توان معادله انرژی برای یک برش از پره با ضخامت Δx که در شکل (۱) نشان داده شده است را به شکل زیر نوشت:

$$q(x) + q(x + \Delta x) = \dot{m}c_p(T(x) - T_{\infty}) \quad (1)$$

قسمت آخر معادله بالا میزان انتقال حرارتی را که به سیال عبوری از محیط متخلخل منتقل می‌شود را نشان می‌دهد. حرکت سیال به وسیله نیروی شناوری تولید شده توسط اختلاف دمای میان پره و محیط ایجاد می‌گردد. در معادله (۱) فرض می‌کنیم سیال با دمای T_{∞} وارد محیط متخلخل شده و با دمای $T(x)$ از آن خارج می‌گردد.

ضریب دبی جریان سیال عبوری از محیط متخلخل را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\dot{m} = \rho v_w \Delta x W \quad (2)$$

با توجه به تعریف مدل داری برای سرعت جریان عبوری از داخل محیط متخلخل:

$$v_w(x) = \frac{gK\beta}{\nu}(T(x) - T_{\infty}) \quad (3)$$

با جاگذاری معادله ۲ و ۳ در معادله ۱ داریم:

$$\frac{q(x) - q(x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{\rho c_p g K \beta W}{\nu}(T(x) - T_{\infty}) \quad (4)$$

با فرض $\Delta x \rightarrow 0$ و (۴) داریم:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{\rho c_p g K \beta W}{\nu}(T(x) - T_{\infty})^2 \quad (5)$$

با توجه به قانون هدایت فوریه داریم:

$$q = -k_{eff} A \frac{dT}{dx} \quad (6)$$

با توجه به تعریف پارامتر بی‌بعد نسبت ضریب انتقال حرارت هدایت داریم:

$$K_r = \frac{K_{eff}}{K_f} \quad (7)$$

با توجه به این که سطح مقطع پره $(A = W.T)$ و ضریب هدایت حرارتی موثر پره متخلخل از معادله زیر بدست می‌آید:

$$k_{eff} = \phi k_f + (1 - \phi)k_s \quad (8)$$

با قرار دادن معادله (۶) در معادله (۵) داریم:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{\rho c_p g K \beta}{\nu k_{eff}}(T(x) - T_{\infty}) = 0 \quad (9)$$

آنها فهمیدند که تحت شرایط خاصی انتقال حرارت بهتری را نسبت به پره‌های معمولی دارند.

علی^۱ و همکارانش انتقال حرارت تشعشعی جابه‌جایی از یک صفحه افقی نامحدود را مطالعه کردند [۲۸].

حسین و تخار^۲ اثر تشعشع بر جریان جابه‌جایی ویسکوز ضخیم و سیال تراکم ناپذیر را بر روی یک صفحه عمودی ایزوترمال^۳ مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها تقریب نفوذپذیری روزلند را بکار بردند [۲۹].

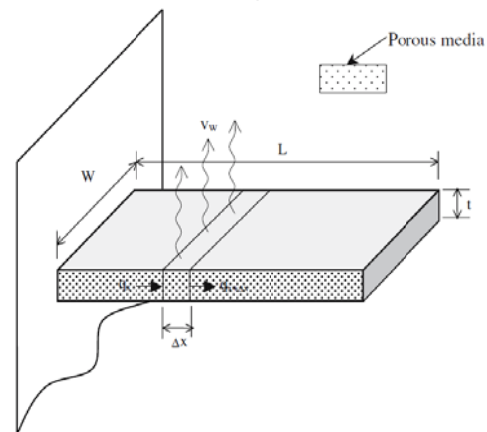
حسین و الیم^۴ رفتار متقابل جابه‌جایی همراه با تشعشع را در جریان سیال در طول یک سیلندر عمودی را تحلیل کردند آن‌ها در محاسبات خود روش‌های نامتشابه و رفتار اختلاف محدود به کار بردند [۳۰].

بدرالدین^۵ و همکارانش اثر تشعشع بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی از طریق رینگ‌های به‌کاررفته در یک محیط متخلخل را مطالعه کردند. آن‌ها اثر ضریب تشعشع را بر روی عدد ناسلت^۶ ارائه کردند و متوجه شدند که عدد متوسط ناسلت به‌طور فراوانی با افزایش ضریب تشعشع افزوده می‌شود [۳۱]. حسین و پاپ^۷ اثر تشعشع بروی جابه‌جایی آزاد در صفحه‌ی عمودی داخل یک محیط متخلخل با تخلخل بالا را مطالعه کردند. آن‌ها چندین ضریب برای ترک‌های پوستی و ضرایبی برای انتقال حرارت محلی ارائه نمودند [۳۲].

در مقاله حاضر به دنبال توسعه یک روش ساده جهت بررسی پره‌های متخلخل همانند روش بکاررفته‌شده در تحلیل پره‌های ساده می‌باشیم. هدف مطالعه اثر ضرایب عملیاتی و طراحی از جمله طول بر روی مشخصه پره می‌باشد.

۲- روابط حاکم

پره نشان داده‌شده در شکل ۱ که ساده‌ترین هندسه پره را ارائه می‌کند را در نظر بگیرید. سطح مقطع برش خورده ثابت است. در حالت متخلخل پره اجازه عبور سیال را از طریق خود را می‌دهد.



شکل ۱ انتقال حرارت جابجایی طبیعی در پره متخلخل مستطیلی

۲-۱- فرضیات

¹ Ali
² Takhar
³ Isothermal
⁴ Alim
⁵ Badruddin
⁶ Nusselt
⁷ Pop

در این حالت دمای نوک پره معلوم و مقدار ثابتی فرض می‌گردد. در این صورت شرایط مرزی دوم به صورت زیر می‌باشد:

$$\left. \begin{matrix} x=L \\ \rightarrow \end{matrix} \right\} \theta_L = 0 \quad (20)$$

پره با طول محدود با فرض انتقال حرارت جابجایی از نوک پره در این مورد فرض حالت (۲) استفاده شده و با شرایط زیر جایگزین می‌شود.

$$-k_f A \frac{dT}{dx} = hA(T(L) - T_{\infty}) \quad (21)$$

$$\frac{dT}{dx} - N_u(T(L) - T_{\infty}) = 0 \quad (22)$$

اگر برای شرایط پارامترهای بی بعد نوشته شود:

$$\frac{d\theta}{dX} - N_u\theta(1) = 0 \quad (23)$$

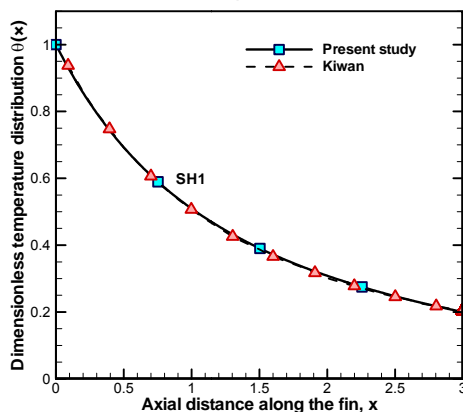
معادله (۱۷) یا (۱۸) به همراه شرایط مرزی (۱۴) و (۲۲) و (۲۳) برای حل این مورد به کار می‌رود.

۳- نتایج

۳-۱- اعتبار سنجی

جهت اعتبار سنجی نتایج به دست آمده با داده های پژوهش کیوان مقایسه شده است.

برای اعتبار سنجی نتایج حالت بی بعد معادله (۱۳) را در نظر گرفته و با داده‌های کیوان مقایسه شده. نتایج بدست آمده برای حالت طول بلند در مقادیر $S_H = 100.1$ به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۲ اعتبار سنجی توزیع دمای بی بعد در حالت پره با طول بلند

برای سهولت در محاسبات تمامی ضرایب جریان و هندسی را در یک پارامتر به صورت به صورت زیر دسته بندی شده است:

$$S_H = \frac{RaDa \left(\frac{L}{l}\right)^2}{K_r} \quad (10)$$

با قرار دادن معادله (۱۰) در معادله (۹) داریم:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{S_H}{(T_b - T_{\infty})} (T(x) - T_{\infty})^2 = 0 \quad (11)$$

با در نظر گرفتن تابع حرارت بی بعد، θ :

$$\theta = \frac{T(x) - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} \quad (12)$$

با جاگذاری معادله (۱۲)، معادله (۱۱) را می توان به شکل بی بعد زیر

نیز نوشت:

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - S_H\theta^2 = 0 \quad (13)$$

معادله (۱۱) و (۱۳) یک معادله دیفرانسیل درجه دو غیر خطی معمولی می باشد. برای حل آن به دو شرایط مرزی نیاز می باشد. اولین شرایط معمول برای تمام موارد این است که دمای پایه T_b می باشد، بنابراین:

$$\left. \begin{matrix} x=0 \\ \rightarrow \end{matrix} \right\} \begin{matrix} T = T_b \\ \theta = 1 \end{matrix} \quad (14)$$

شرایط مرزی دوم به شرایط پره در انتهای آن بستگی دارد. برای تحلیل پره ها موارد زیر را می توان در نظر گرفت:

(۱) پره طول بلند (۲) پره طول محدود با لبه ی عایق شده (۳) پره با طول محدود با دمای نوک معلوم (۴) پره با طول محدود با فرض انتقال حرارت جابجایی از نوک پره (ضریب انتقال حرارت جابجایی مشخص).

پره با طول بلند

در این حالت پره آن قدر بلند در نظر گرفته می شود که دمای نوک پره به دمای محیط می رسد. بنابراین شرایط مرزی دوم به شکل زیر نوشته می شود:

$$\left. \begin{matrix} x=\infty \\ \rightarrow \end{matrix} \right\} \begin{matrix} T = T_{\infty} \\ \theta = 0 \end{matrix} \quad (15)$$

پره طول محدود با لبه ی عایق

مورد دوم بدین صورت است که پره دارای طول محدود باشد اما لبه ی آن عایق شود. در این حالت شرایط مرزی دوم به شکل زیر است:

$$\left. \begin{matrix} x=L \\ \rightarrow \end{matrix} \right\} \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (16)$$

اگر محور مختصات بی بعد $X = x/L$ را در معادله (۱۳) قرار دهیم داریم:

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{S_H}{L^2}\theta^2 = 0 \quad (17)$$

و

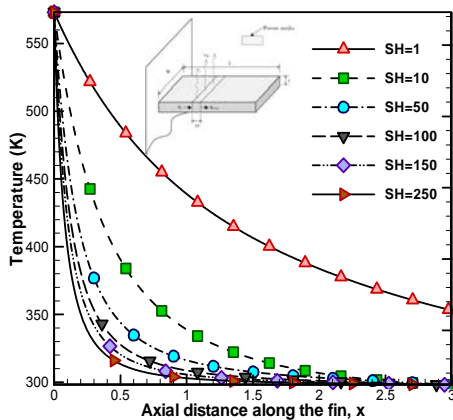
$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{S_H}{(T_b - T_{\infty})L^2} (T(x) - T_{\infty})^2 = 0 \quad (18)$$

و شرایط مرزی به شکل زیر است:

$$\left. \begin{matrix} x=1 \\ \rightarrow \end{matrix} \right\} \frac{d\theta}{dX} = 0 \quad (19)$$

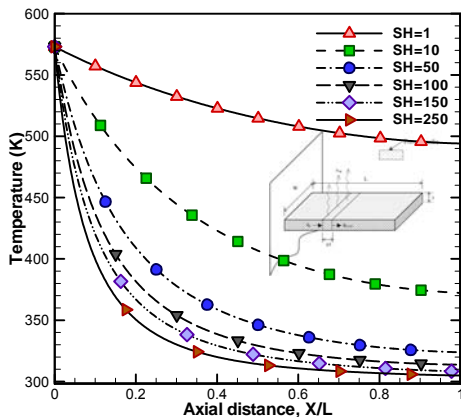
پره طول محدود با دمای نوک معلوم

با حل معادله (۱۱) در شرایط مرزی (۱۴) و (۱۵) برای مقادیر مختلف S_H در این حالت با در نظر گرفتن $T_b = 300$ درجه ی سانتیگراد تغییرات دما در طول پره به شکل زیر می باشد:



شکل ۵ میزان تغییرات دما در حالت پره با طول بلند در مقادیر مختلف S_H را نشان می‌دهد. از شکل بالا مشخص می‌شود که با افزایش مقدار S_H دمای نوک پره سریع‌تر به دمای محیط می‌رسد. با توجه به نمودار بالا در مقادیر S_H بالای ۵۰ دمای پره در نیمه ابتدایی آن به دمای محیط می‌رسد این در حالی می‌باشد که در $S_H = 1$ دمای انتهای پره اختلاف محسوسی با دمای محیط دارد.

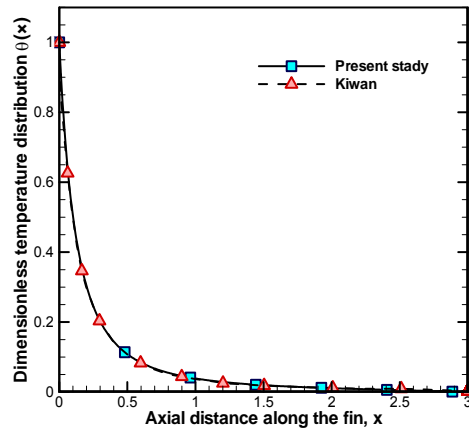
با حل معادله (۱۸) در شرایط مرزی (۱۴) و (۱۶) برای مقادیر مختلف S_H در حالت طول محدود با لایه ی عایق و با در نظر گرفتن $T_b = 300$ درجه ی سانتیگراد تغییرات دما در طول پره به شکل زیر می باشد:



شکل ۶ میزان تغییرات دما در حالت پره با طول محدود در مقادیر مختلف S_H

شکل ۶ میزان تغییرات دما در حالت پره با طول محدود در مقادیر مختلف S_H را نشان می‌دهد از این شکل مشخص است که با افزایش مقدار S_H شیب نمودارها افزایش می‌یابد و دمای پره‌ها سریع‌تر به دمای محیط خواهد رسید. در مقادیر S_H بالای ۱۰۰، شیب نمودارها به یکدیگر نزدیک شده و کم‌کم تاثیر افزایش S_H بر کاهش دما کمتر می‌شود.

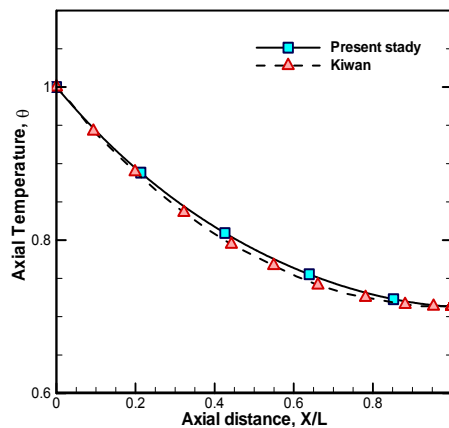
با حل معادله (۱۸) در شرایط مرزی (۱۴) و (۱۹) برای مقادیر مختلف S_H در حالت طول محدود با انتقال حرارت جابجایی از نوک پره، با در نظر



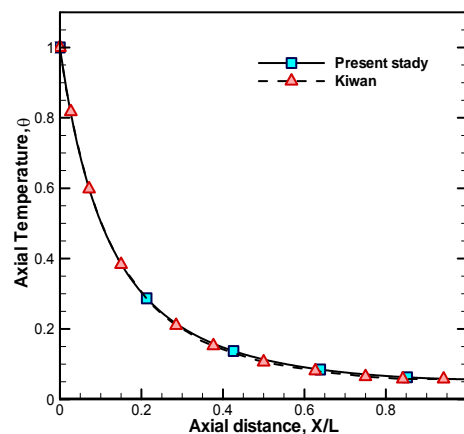
شکل ۳ اعتبار سنجی توزیع دمای بی بعد در حالت پره با طول بلند

نتایج بدست آمده برای حالت طول محدود در مقادیر $S_H = 100, 1$ به

صورت زیر می‌باشد:



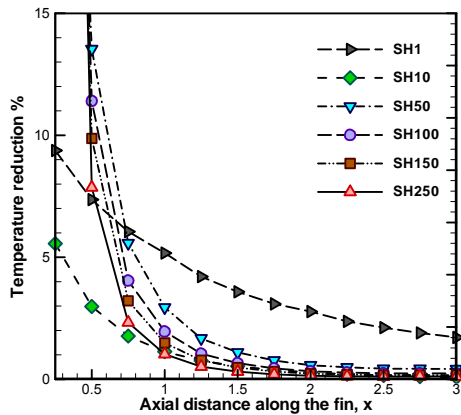
شکل ۴ اعتبار سنجی توزیع دمای بی بعد در حالت پره با طول محدود



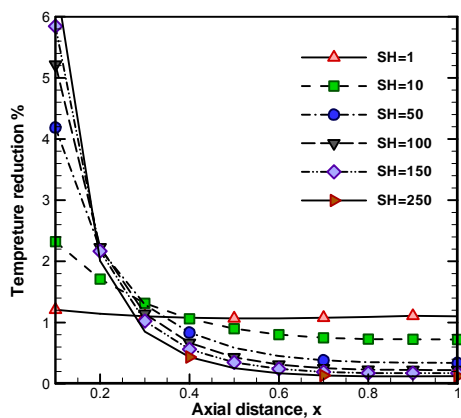
شکل ۴ اعتبار سنجی توزیع دمای بی بعد در حالت پره با طول محدود

با توجه به نمودارهای بالا درصد خطا زیر ۰.۵٪ می‌باشد و نتایج خروجی از نرم افزار با دقت قابل قبولی معتبر است.

۳-۲- تغییرات دما

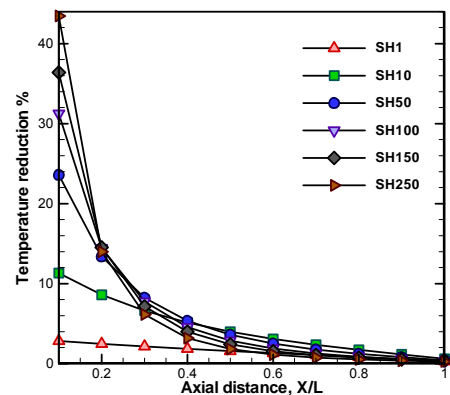


شکل ۹ درصد کاهش دما در طول پره در حالت طول بلند در مقادیر مختلف S_H



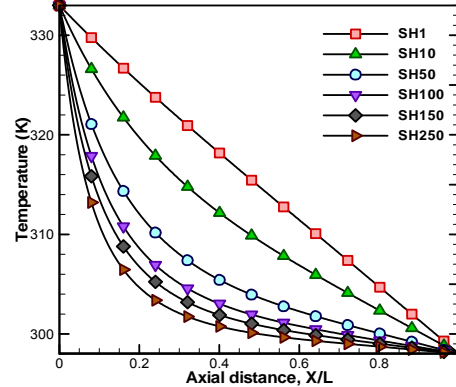
شکل ۱۰ درصد کاهش دما در طول پره در حالت طول محدود در مقادیر مختلف S_H

شکل ۹ درصد کاهش دما در طول پره در حالت و در هر نقطه نسبت به نقطه قبلی، در مقادیر مختلف S_H بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقدار S_H ، درصد کاهش دما در ابتدای پره‌ها رو به افزایش می‌باشد. در شکل ۱۰ درصد کاهش دما در طول هر پره در حالت طول محدود در مقادیر مختلف S_H بررسی شده است. در مقادیر کم S_H کاهش دما روند ثابتی را طی می‌کند اما با افزایش مقدار S_H ، درصد کاهش دما در ابتدای پره‌ها رو به افزایش می‌باشد.



شکل ۱۱ درصد کاهش دما در طول پره در حالت طول محدود با دمای نوک معلوم در مقادیر مختلف S_H

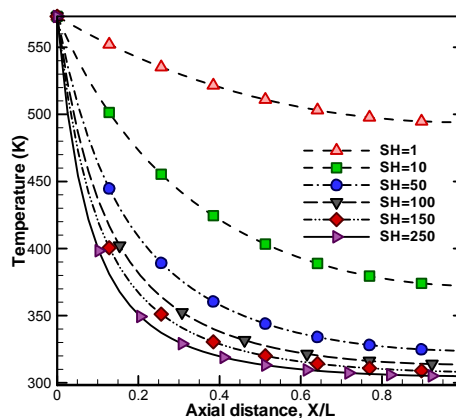
گرفتن $T_b = 300$ درجه‌ی سانتیگراد تغییر دما در طول پره به صورت شکل زیر می‌باشد.



شکل ۷ تغییرات دما در طول پره در حالت طول محدود با دمای نوک معلوم در مقادیر مختلف S_H

شکل ۷ تغییرات دما در طول پره در حالت طول محدود با دمای نوک معلوم در مقادیر مختلف S_H را نشان می‌دهد. دمای انتهای پره‌ها در تمام مقادیر S_H ثابت و برابر با دمای محیط فرض شده در نتیجه نقطه انتهایی تمامی نمودارها یکسان می‌باشد.

با حل معادله (۱۷) یا (۱۸) به همراه شرایط مرزی (۱۴) و (۲۲) و (۲۳) تغییر دما در طول پره در حالت طول محدود با انتقال حرارت جابجایی از نوک پره بدست می‌آید. در حل معادله (۲۲) فرض $N_{ii} = 1$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۸ تغییرات دما در طول پره در حالت طول محدود با انتقال حرارت جابجایی از نوک پره در مقادیر مختلف S_H

شکل ۸ تغییرات دما در طول پره در حالت طول محدود با انتقال حرارت جابجایی از نوک پره در مقادیر مختلف S_H را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار بالا و نتایج حاصل از شکل در حالت طول محدود با انتقال حرارت جابجایی، نوک پره‌ها کاهش دمای بیشتری را نشان می‌دهد.

۳-۳- درصد کاهش دما در طول پره

درصد کاهش نقطه‌ای دما در طول هر پره در مقادیر مختلف S_H به شکل

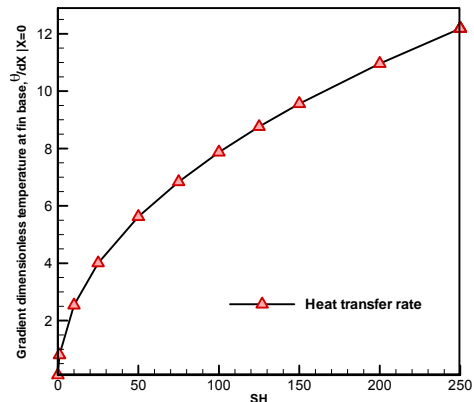
زیر می‌باشد:

g	$\left(\frac{m}{s^2}\right)$	ثابت گرانش
Gr		عدد بی بعد گرافش
k	$\left(\frac{W}{m.K}\right)$	هدایت حرارتی
k_{eff}	$\left(\frac{W}{m.K}\right)$	ضریب هدایت حرارتی مؤثر پره متخلخل
K_r		نسبت ضریب انتقال حرارت هدایت
K	m^2	نفوذپذیری پره متخلخل
L	m	طول پره
N_u		عدد بی بعد ناسلت
\dot{m}	$\left(\frac{m^3}{s}\right)$	دبی
Pr		عدد بی بعد پرانتل
q	$\left(\frac{W}{m^2}\right)$	نرخ انتقال حرارت
Ra		عدد بی بعد رایلی
$T(x)$	K	دما در هر نقطه
T_b	K	دما در پایه پره
$v_w(x)$	$\left(\frac{m}{s}\right)$	سرعت سیال عبوری از پره در هر نقطه
W	m	عرض پره
x	m	راستای افقی
X		راستای افقی بی بعد نمادها یونانی:
α	$\left(\frac{m^2}{s}\right)$	ضریب نفوذ حرارتی
β	$\left(\frac{1}{K}\right)$	ضریب انبساط حرارتی حجمی
Δ		اختلاف درجه حرارت
ε		نسبت تخلخل
θ		درجه حرارت بی بعد
θ_b		اختلاف درجه حرارت در پایه پره
μ	$\left(\frac{kg}{m.s}\right)$	ویسکوزیته دینامیکی
ν	$\left(\frac{m^2}{s}\right)$	ویسکوزیته سینماتیکی
ρ	$\left(\frac{kg}{m^3}\right)$	چگالی

شکل ۱۱ درصد کاهش دما در طول پره در حالت طول محدود با دمای نوک معلوم در مقادیر مختلف S_H را نشان می‌دهد. در مقادیر بالای S_H درصد کاهش دما در ابتدای پره‌ها رو به افزایش می‌باشد ولی با نزدیک شدن دمای انتهای پره‌ها به دمای محیط، این مقدار به صفر می‌رسد.

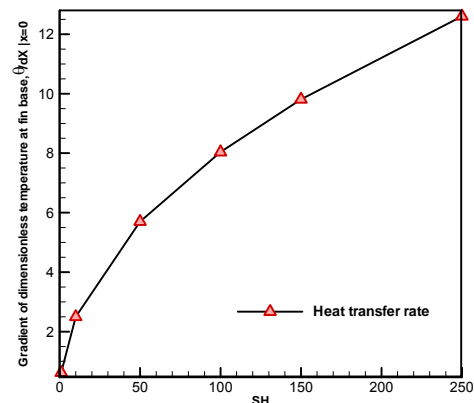
۴-۳- نرخ انتقال حرارت از پره‌ها

شکل نمودار تغییرات گرادیان دمای بدون بعد در پایه‌ی پره با تغییرات ضریب S_H را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲ تغییرات گرادیان دمای بی‌بعد در پایه‌ی پره‌ها در حالت طول بلند

شکل ۱۲ تغییرات گرادیان دمای بی‌بعد در پایه‌ی پره‌ها در حالت طول بلند را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که افزایش مقدار S_H ، نرخ انتقال حرارت از پره را بالا می‌برد.



شکل ۱۳ تغییرات گرادیان دمای بی‌بعد در پایه‌ی پره‌ها در حالت طول محدود

شکل ۱۳ تغییرات گرادیان دمای بی‌بعد در پایه‌ی پره در حالت طول محدود را نشان می‌دهد. با افزایش مقدار S_H نرخ انتقال حرارت از پره نیز افزایش می‌یابد. نرخ انتقال حرارت از پره در حالت طول محدود کمتر از حالت طول بلند می‌باشد.

۴-۴ فهرست علائم

نماد	واحد	مشخصه
c_p	$\left(\frac{J}{kg.K}\right)$	ظرفیت گرمای ویژه در فشار ثابت
Da		عدد بی بعد داریسی

- [19] Torabi M, Zhang QB. Analytical solution for evaluating the thermal performance and efficiency of convective-radiative straight fins with various profiles and considering all non-linearities. *Energy Convers Manage* 2013;66:199-210.
- [20] Kundu B, Bhanja D, Lee KS. A model on the basis of analytics for computing maximum heat transfer in porous fins. *Int J Heat Mass Transfer* 2012;55(25-26):7611-22.
- [21] Kiwan S. Thermal analysis of natural convection porous fins. *Trans Porous Media* 2007;67:17-29.
- [22] Reddy Gorla RS, Bakier AY. Thermal analysis of natural convection and radiation in porous fins. *IntCommun Heat Mass Transfer* 2011;38:638-45.
- [23] Domairry G, Fazeli M. Homotopy analysis method to determine the fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity. *Commun Nonlinear SciNumerSimulat* 2009;14:489-99.
- [24] Ganji DD, Ganji ZZ, Ganji HD. Determination of temperature distribution for annual fins with temperature-dependent thermal conductivity by HPM. *Therm Sci* 2011;15:111-5.
- [25] Joneidi AA, Ganji DD, Babaelahi M. Differential transformation method to determine fin efficiency of convective straight fins with temperature dependent thermal conductivity. *IntCommun Heat Mass Transfer* 2009;36:757-62.
- [26]. Hatami M, Ganji D.D, Thermal performance of circular convective-radiative porous fins with different section shapes and materials, *Energy Conversion and Management* 76 (2013) 185-193
- [27] S.Y. Kim, J.W. Paek, B.H. Kang, Flow and heat transfer correlations for porous fin in a plate-fin heat exchanger, *ASME J. Heat Transfer* 122 (2000), 572-578.
- [28] M.M. Ali, T.S. Chen, B.F. Armaly, Natural convection-radiation interaction in boundary layer flow over horizontal surface, *AIAA J.* 22 (1984), 1797-1803.
- [29] M.A. Hossain, H.S. Takhar, Radiation effect on mixed convection along a vertical plate with uniform surface temperature, *Heat Mass Transfer* 31(1996) 243-248.
- [30] M.A. Hossain, M.A. Alim, Natural convection-radiation interaction on boundary layer flow along a thin vertical cylinder, *Heat Mass Transfer* 32 (1997) 515-520.
- [31] I. Badruddin, Z. Zainal, P. Narayana, K. Seetharamu, Heat transfer by radiation and natural convection through a vertical annulus embedded in porous medium, *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 33 (4) (2006) 500-507.

φ	ضریب تخلخل
	زیرنویس‌ها:
s	خواص جامد
f	خواص سیال
eff	خواص متخلخل

۵- نتیجه گیری

پارامتر طول در دو حالت طول بلند و طول محدود با لبه‌ی عایق موردبررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد در حالت طول بلند در مقادیر بالای S_H دمای پره‌ها در نیمه‌ی ابتدایی، به دمای محیط می‌رسد و افزایش طول بیشتر تأثیری بر انتقال حرارت ندارد. به‌عنوان مثال در فاصله $1/5$ متری دمای پره با دمای محیط برابر می‌شود. افزایش پارامتر S_H موجب افزایش نرخ انتقال حرارت از پره‌ها می‌گردد. بطوری که با افزایش S_H از ۲۵ به ۲۵۰ نرخ انتقال حرارت از پره چهار برابر می‌گردد. افزایش مقادیر Da ، Ra و همچنین ضریب هندسی $\frac{L}{t}$ (نسبت طول به ضخامت پره) باعث افزایش نرخ انتقال حرارت از پره‌ها می‌گردد.

۶- مراجع

- [1] Snider, A. and A. Kraus, The quest for the optimum longitudinal fin profile. *Heat Transfer Engineering*, 1987. 8(2): p. 19-25.
- [2] Duffin, R., "A Variational Problem Relating to Cooling Fins," *J. Math. Mech.*, 1959, 8, pp. 47-56.
- [3] Poulikakos, D., and Bejan, A., "Fin Geometry for Minimum Entropy Generation in Forced Convection," *ASME J. Heat Transfer*, 1982, 104, pp. 616-623.
- [4] Bejan, A., *Convection Heat Transfer*, John Wiley and Sons, 1984, New York.
- [5] Huang, P.C., and Vafai, K, Passive alteration and control of convective heat transfer utilizing alternate porous cavity-block wafers. *I. J. Heat Fluid Flow*, 1994, 15, 48-61
- [6] Alkam, M. and Al-Nimr, M.A, Improving the performance of double-pipe heat exchangers by using porous substrates, etc. *I. J. Heat Mass Transfer*, 1999, 42, 3609-3618
- [7] Kim, S. Y., Paek, J. W. and Kang, B. H., Flow and heat transfer correlations for porous fin in a plate-fin heat exchanger. *ASME J. Heat Transfer*, 2000, 122, 572-578
- [8] Kiwan, S. and Al-Nimr, M.A., Using porous fins for heat transfer enhancement, *ASME J. Heat Transfer*, 2001, 123, 790-795
- [9] Kiwan S. Effect of radiative losses on the heat transfer from porous fins. *Int J ThermSci* 2007;46:1046-55.
- [10] Abu-Hijleh, B. A. K., Enhanced forced convection heat transfer from a cylinder using permeable fins. *ASME J. Heat Transfer*:2003, 125, 804-811
- [11] Kiwan S, Zeitoun O. Natural convection in a horizontal cylindrical annulus using porous fins. *Int J Numer Heat Fluid Flow* 2008;18(5):618-34.
- [12] Kiwan S, Al-Nimr M. Using porous fins for heat transfer enhancement. *ASME J Heat Transfer* 2001;123.
- [13] Saedodin S, Sadeghi S. Temperature distribution in long porous fins in natural convection condition. *Middle-East J Sci Res* 2013;13(6):812-7.
- [14] Turkyilmazoglu M. Exact solutions to heat transfer in straight fins of varying exponential shape having temperature dependent properties. *Int J ThermSci* 2012;55:69-75.
- [15] Aziz A, Beers-Green AB. Performance and optimum design of convective-radiative rectangular fin with convective base heating, wall conduction resistance, and contact resistance between the wall and the fin base. *Energy Convers Manage* 2009;50:2622-31.
- [16] Khani F, Aziz Abdul. Thermal analysis of a longitudinal trapezoidal fin with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient. *Commun Nonlinear SciNumerSimulat* 2010;15:590-601.
- [17] Malekzadeh P, Rahideh H. Two-dimensional nonlinear transient heat transfer analysis of variable section pin fins. *Energy Convers Manage* 2009;50:916-22.
- [18] Hatami M, Hasanpour A, Ganji DD. Heat transfer study through porous fins (Si3N4 and AL) with temperature-dependent heat generation. *Energy Convers Manage* 2013;74:9-16.