

# اثر طول عمر یک ذره بر میزان انرژی کازمیر

مددعلی ولوئیان\*

استادیار، گروه علوم پایه (فیزیک)، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

\* سمنان، صندوق پستی ۱۷۹ - ۳۵۱۴۵، m-valuyan@sbu.ac.ir

## چکیده

در این مقاله اثرات ناشی از در نظر گرفتن طول عمر یک ذره بر انرژی کازمیر مورد بررسی قرار داده می شود. ما معتقدیم هر پارامتری که از لاگرانژی میدان کوانتومی تحت بررسی قابل استخراج نباشد را می توان بعنوان یک پارامتر خارجی در سیستم های مرتبط با نظریه میدانهای کوانتومی تلقی نمود و در راستای این تفکر طول عمر ذره نیز می تواند به مانند اندازه ذره در یک نظریه میدان به عنوان یک پارامتر خارجی تلقی گردد. لذا در این مقاله نشان خواهیم داد که چگونه «طول عمر ذره» به عنوان یک پارامتر خارجی می تواند مدهای مجاز انرژی خلأ را محدود نموده و نتیجه ای این محدود سازی چه تغییراتی را بر میزان انرژی کازمیر اعمال خواهد کرد. نکته دیگر اینکه ورود یک پارامتر خارجی (به عنوان مثال طول عمر ذره) در انرژی کازمیر همچنین می تواند بازه تعریفی این کمیت فیزیکی را نیز در سیستمهای متفاوت دستخوش تغییر نماید که چگونگی این تغییر نیز به تفصیل در این مقاله مورد بحث واقع خواهد شد. در ضمن برای ترسیم و نمایش بهتر این مطلب محاسبه انرژی کازمیر یک میدان نرده ای جرم دار در یک بعد فضایی بین دو نقطه با شرط مرزی دیریکله مورد هدف واقع شده است که سازگاری مناسب و منطقی بین جوابهای بدست آمده در این مقاله در مقایسه با آنچه در کتب و مقالات گذشته بدون در نظر گرفتن طول عمر ذره بدست آمده بود، وجود دارد.

## کلیدواژگان

انرژی کازمیر، طول عمر ذره، ارتعاشات خلأ، فرکانس

## The Effect of Lifetime of Particles on the Casimir Energy

Madad Ali Valuyan\*

Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran  
\* P.O.B. 35145-179, Semnan, Iran, [m-valuyan@sbu.ac.ir](mailto:m-valuyan@sbu.ac.ir)

### Abstract:

In this paper we investigate the Casimir energy for systems with the lifetime of particles. We believe that all of the scales that naturally appear in the formulation of the problem in terms of a lagrangian and the set of boundary conditions, as internal scales. We define all other scales such as lifetime of particles as external scales. One of the first effects of these external scales is the restrictions could be apply on the allowed modes in the zero point energy of a system. In this paper we show how these scales (for example the finite lifetime of particles) produce restrictions on the allowed modes, which alter the Casimir energy. We compare our results with those reported in the literature, which are invariably devoid of such scales, and show that the difference increases when the internal scales of the problem approach the external scales. In order to describe above effects, we use the generic and simple example of a massive scalar field confined between two points with Dirichlet boundary conditions in one spatial dimension.

### Keywords:

Casimir Energy, Lifetime of Particle, Vacuum Polarization, Frequency

## ۱- مقدمه

اینکه هر گاه انرژی نقطه صفر<sup>۵</sup> خلأ میدان الکترومغناطیس یا هر میدان دیگری نظیر میدان اسکالر، میدان دیراک<sup>۶</sup> و ... دستخوش تغییر واقع می شود این اثر پدیدار می گردد. همانطور که می دانیم مجموع انرژی ناشی از ارتعاشات خلأ یک مقدار واگرا و بینهایت خواهد شد. اما وقتی در همین خلأ یک شرط مرزی دلخواه را قرار می دهیم فرکانسهای مجاز تغییر خواهند کرد اما باز هم مجموع انرژی ناشی از کل این فرکانسها واگرا ست. کازمیر نشان داد که اختلاف این دو انرژی خلأ منجر به یک کمیت مشاهده پذیر و قابل اندازه گیری و متناهی خواهد شد که بعدها به نام انرژی کازمیر شهرت یافت [۲]. پس از اینکه مدت مدیدی مقاله کازمیر ناشناخته باقی ماند، اولین تلاش برای مشاهده این پدیده تقریباً ده سال بعد توسط اسپرناای<sup>۷</sup> در سال ۱۹۵۸ انجام پذیرفت [۳] و بعدها نیز اندازه گیری های دقیقتری بر درستی پیش

میزان انرژی کازمیر به عنوان یک اثر ماکروسکوپیکی ناشی از ارتعاشات خلأ (قطبش خلأ)<sup>۱</sup> توسط کازمیر<sup>۲</sup> در سال ۱۹۴۸ میلادی مطرح گردید [۱]. اما امروزه همانطور که می دانیم انرژی کازمیر از اختلاف بین دو انرژی خلأ در صورت حضور شرط مرزی غیر بدیهی<sup>۳</sup> و عدم حضور شرط مرزی حاصل می شود. با محاسبه گرادیان این انرژی نسبت به ابعاد شرایط مرزی و یا ساختار موجود می توان نیروی کازمیر وارد بر آن ساختار را بدست آورد. در واقع اثر کازمیر یکی از تجلیات ویژگی های غیر بدیهی حالت خلأ در نظریه کوانتومی میدان<sup>۴</sup> است که از آن می توان تغییر دو قطبش خلأ که توسط شرایط مرزی یا هندسه به وجود می آید را درک نمود. باز هم به بیانی دیگر و ساده تر

5. Zero point energy  
6. Dirac Field  
7. M. J. Spinaay

1. Vacuum polarization  
2. H.B.G. Casimir  
3. Non-trivial boundary condition  
4. Quantum Field Theory

بندی و نیز به خواص مکانیکی و الکتریکی سطوح مرزی وابسته است. این اثر پاسخی است بر بعضی از ویژگی‌های فیلم‌های نازک که باید در بررسی تنش‌های سطحی آنها مورد توجه ویژه واقع شود. اثر کازمیر نقش مهمی در پدیده‌های بحرانی سطح و بالک<sup>۱۱</sup> بازی می‌کند [۲۰-۲۳].

- اثر کازمیر در گرانش، اختر فیزیک و کیهان‌شناسی، در فضا-زمانی که توپولوژی غیر بدیهی دارد، ظاهر می‌شود. قطبش خلاء ناشی از این اثر می‌تواند روند تورمی را به عقب براند در نظریه‌ی پیدایش ساختار جهان، بخاطر نقص توپولوژیکی، قطبش کازمیر خلاء نزدیک ریسمان-های کیهانی، ممکن است نقش مهمی داشته باشد [۲۴-۲۵].
- در فیزیک اتمی، برهم‌کنش اثر کازمیر بلند برد، به بعضی تصحیحات در انرژی تراز‌های ریدبرگ<sup>۱۱</sup> منجر می‌شود.
- در ریاضی فیزیک، بررسی اثر کازمیر باعث توسعه تکنیک‌های قدرتمند منظم سازی و بازهنجارش برپایه استفاده از تابع زتا<sup>۱۲</sup> و بسط هسته گرمایی<sup>۱۳</sup> [۲۶] شده است.
- ....

آنچه که در اینجا مورد بحث واقع خواهد شد این است که طبق تعریفی که از انرژی کازمیر ارائه گردید کلیه مقادیر فرکانس‌های خلا مربوط به یک میدان خاص بدون شرایط مرزی باید از مقادیر فرکانس‌های خلا مربوط به همان میدان با حضور یک شرط مرزی کاسته شود. همانطور که می‌دانیم طبق نظریات مطرح شده در مدل استاندارد می‌توان ذرات بنیادین و یا ذرات مرکب را با استفاده از معرفی میدانهای کوانتومی توضیح داد و خواص مربوط به آن را با استفاده از مدل تعریف شده در نظریه میدان کوانتومی مربوط به آن بنوعی استخراج نمود. به عنوان مثال برای ذره ای مرکب به مانند پاپیون ( $\pi^0$ ) می‌توان از لاگرانژی کلاین-گوردون<sup>۱۴</sup> برای میدان نردهای جرم دار<sup>۱۵</sup> استفاده نمود و کلیه جوانب متفاوت آنرا با استفاده از این مدل توصیف کرد. هدف اصلی این مقاله بررسی اثرات ناشی از یک پارامتر خارجی به عنوان مثال طول عمر ذره در انرژی کازمیر است. در یک لاگرانژی ممکن است پارامترهایی متفاوتی وجود داشته باشد که در اینجا این پارامترها را به دو دسته پارامترهای خارجی و پارامترهای داخلی تقسیم بندی خواهیم کرد. قبل از شروع جزئیات دیگر بحث لازم است به ارائه توضیحاتی بپردازیم که منظور ما را از پارامتر خارجی و داخلی روشن نماید. البته توضیحاتی که در اینجا در خصوص تقسیم بندی پارامترهای خارجی و داخلی در یک لاگرانژی می‌پردازیم در گذشته به آن پرداخته شده است [۲۷]. اما به دلیل اهمیت موضوع بار دیگر به صورت خلاصه به بیان موارد مهم از آن در اینجا می‌پردازیم. پارامترهایی که در لاگرانژی کلاین-گوردون وجود دارند به مانند جرم ذره و یا ثابت جفت‌شدگی و ... را اصطلاحاً در این مقاله پارامترهای داخلی و طبیعی آن میدان نامگذاری خواهیم کرد و در واقع به صورت کلی در اینجا منظور از پارامترهای داخلی پارامترهایی هستند که یا در لاگرانژی میدان تحت بررسی قرار دارند و یا از ابعاد ناشی از شرایط مرزی مساله ناشی می‌شوند (به مانند فاصله دو صفحه موازی و ...) و منظور از پارامترهای خارجی نیز پارامترهایی هستند که شرایط فوق را دارا نبوده و در واقع پارامترهای ثانویه ای هستند مانند ابعاد ذره مرکب، طول عمر ذره ناپایدار، طول پلانک و مانند آن که به

بینی کازمیر صحه گذاشتند. آنچه که کازمیر به عنوان یک اثر ماکروسکوپیکی از این پدیده پیش بینی نمود مقدار نیرویی که بین دو صفحه رسانای بدون بار در خلا با در نظر گرفتن قطبش میدان الکترومغناطیسی وارد می‌شود بوده است، که بعدها میزان این نیرو در آزمایشات اسپارنای مورد تست و اندازه گیری واقع شده و مورد تایید قرار گرفت. البته در اینجا اشاره به این نکته ضروری است که آنچه کازمیر پیش بینی نمود نیروی بین دو صفحه رسانا بدون بار بوده است. معمولاً برای بدست آوردن انرژی خلا تنها یک شرط مرزی و یا یک میدان مورد توجه قرار می‌گیرد اما واقعیت این است که در خلا نمی‌توان تضمین نمود که تنها ارتعاشات یک میدان وجود دارد و اصولاً باید ارتعاشات ناشی از کلیه میدانها به حساب آید که البته این موضوع به عنوان یک مساله باز<sup>۱</sup> می‌تواند مورد توجه واقع شود. اما می‌توان نشان داد که اثرات ناشی از نیروی کازمیر مربوط به میدان الکترومغناطیس بیشترین سهم را در کنار دیگر میدانها برعهده داشته و شاید به همین دلیل پیش بینی کازمیر در مورد این میدان برای اولین بار مورد توجه بیشتری واقع گردیده است. همانطور که گفته شد محاسبه انرژی کازمیر همیشه مستلزم کم کردن دو عبارت بینهایت از یکدیگر است که این امر همیشه به سادگی انجام نمی‌پذیرد. در واقع در راستای انجام این امر نیاز به روشهای متفاوت منظم سازی و یا بازهنجارش<sup>۲</sup> می‌باشد [۴]. لذا لزوم محاسبه انرژی کازمیر خود بهانه ای برای تدوین روشها و تکنیکهای متفاوت منظم سازی<sup>۳</sup> در جهت حذف واگرایی‌ها گردید و به سرعت تکنیک‌های بسیار زیادی در این راستا معرفی شده است که از آن جمله می‌توان به تکنیک منظم سازی تابع زتا<sup>۴</sup> [۵،۶]، منظم سازی تابع گرین<sup>۵</sup> [۷]، منظم سازی بسط چند جمله ای پراکندگی [۸]، منظم سازی کم کردن جعبه‌ها<sup>۹</sup> [۹] و ... اشاره نمود. در خصوص هریک از این سازی‌ها و مزیت‌ها و یا معایب احتمالی آنها در کتب و مقالات گذشته مطالب فراوانی یافت می‌شود [۱۰-۱۲] که خارج از بحث این مقاله می‌باشد. کاربرد انرژی کازمیر در مباحث متفاوت فیزیک و حتی غیر فیزیک نیز اهمیت فراوانی دارد. در واقع حالت خلاء و نیز انرژی آن برای هر میدان کوانتومی، چه بوزونی و چه فرمیونی، به شرایط مرزی که بر میدان اعمال می‌شود یا در حالت کلی، بر زمینه کلاسیکی که میدان با آن برهم‌کنش می‌کند، بستگی دارد. همین امر باعث شده است که اثر کازمیر، به صورت یک عنوان مهم تحقیقی میان رشته ای درآید و در بسیاری از شاخه‌های فیزیک کاربرد پیدا کند. این اثر، نقش مهمی در حوزه‌های متعدد فیزیک، نظیر QFT<sup>۶</sup>، فیزیک ماده چگال، فیزیک اتمی-مولکولی، گرانش، کیهان‌شناسی و ریاضی فیزیک ایفا می‌کند. اشاره کوتاه به بعضی از این موارد می‌تواند تا حدی نقش اثر کازمیر را در سایر شاخه‌های فیزیک روشن تر نماید:

- کوارک‌ها درون ناحیه ای مقید شده‌اند و هیچ جریان کوارکی از این ناحیه بیرون نمی‌آید، انرژی کازمیر میدان‌های کوارکی و گلوونی<sup>۸</sup>، در انرژی کل کیف<sup>۹</sup> (توکلتون‌ها) سهم قابل ملاحظه‌ای دارد و باید به حساب آید [۱۳-۱۹].
- در فیزیک ماده چگال، اثر کازمیر بر دافعه یا جاذبه بودن نیروها در فاصله بین مرزهای مادی دلالت دارد که این موضوع به هندسه و پیکر

1. Open Problem
2. Renormalization
3. Regularization techniques
4. Zeta function regularization
5. Green's function regularization
6. Box subtraction scheme
7. Quantum Field Theory
8. Gluon
9. Total Bag energy

10. Bulk
11. Rydberg Energy Level
12. Zeta Function
13. Heat kernel expansion
14. Clein-Gordon Lagrangian
15. Massive Scalar Field

## ۲- طول عمر ذره در انرژی کازمیر

ابتدا سعی می شود طبقه بدست آوردن انرژی کازمیر مربوط به میدان نرده ای جرم دار در یک بعد فضایی بدون در نظر گرفتن هیچ پارامتر خارجی را یادآور شویم. همانطور که می دانیم انرژی نقطه صفر خلا برای چنین میدانی با شرایط ذکر شده و بدون در نظر گرفتن یک پارامتر خارجی را می توان از عبارت زیر بدست آورد:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \hbar \omega_n \quad (1)$$

که در آن  $\omega_n = c \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + m^2}$  بوده و فرکانسهای مجاز را به ازاء تغییرات  $n$  بین دو نقطه که به فاصله  $a$  از هم واقع شده اند و شرایط مرزی اعمال شده روی دو نقطه نیز شرط مرزی دیریکله است بدست می دهد. برای بدست آوردن انرژی کازمیر با استفاده از روش منظم سازی کم کردن جعبهها اقدام نموده و با استفاده از رابطه ایبل-پلانا می توان نشان داد که رابطه انرژی کازمیر از انتگرال زیر بدست می آید: [۳۰]

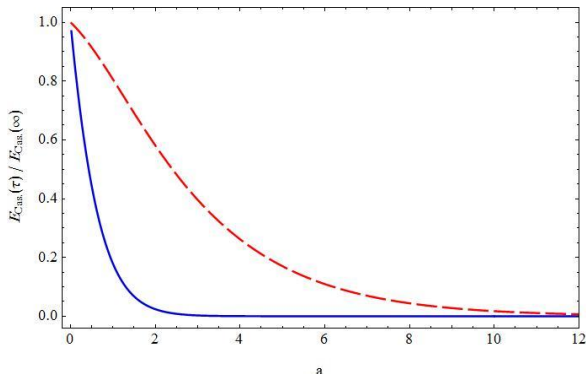
$$E_{Cas.} = - \int_{\frac{m}{\pi}}^{\infty} dt \sqrt{\frac{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 - m^2}{e^{2\pi t} - 1}} \quad (2)$$

که در آن برای سادگی  $\hbar = c = 1$  فرض شده است. خوشبختانه این انتگرال دارای پاسخی تحلیلی بوده و می توان جواب آن را به صورت ذیل نوشت:

$$E_{Cas.} = - \frac{m}{2\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{K_1(2maj)}{j} \quad (3)$$

که البته پاسخ مذکور برای میدانهای بدون جرم و یا میدانی با جرمهایی بسیار بزرگ به عبارات زیر منتهی خواهد شد که نحوه محاسبه آن در مقالات بسیاری ذکر گردیده که در این مقاله نیاز به توضیح آن نمی باشد: [۳۰]

$$E_{Cas.} \rightarrow \begin{cases} \frac{-\pi}{24a} & \text{as } m \rightarrow 0 \\ \frac{-1}{4} \sqrt{\frac{m}{\pi a}} e^{-2ma} & \text{as } ma \gg 1 \end{cases} \quad (4)$$



**شکل ۱** در این نمودار نسبت میزان انرژی کازمیر به ازاء دو جرم  $m = 0, 1$  در دو حالت (با در نظر گرفتن طول عمر ذره  $E_{Cas.}(\tau)$  و بدون در نظر گرفتن آن  $E_{Cas.}(\infty)$ ) بر حسب فاصله دو نقطه یعنی  $a$  رسم شده است. نمودار نقطه چین این نسبت را به ازاء جرم  $m = 0$  و نمودار خطی این نسبت را به ازاء جرم  $m = 1$  نشان می دهد. همچنین مقدار طول عمر ذره در این نمودار برابر  $\tau = 5$  در نظر گرفته شده است.

صورت غیر مستقیم در محاسبه یک کمیت فیزیکی و مشاهده پذیر ورود یافته و یا در محدوده های خاصی از انرژی (انرژی های بالا و انرژی های بسیار پایین) اثرات قابل ملاحظه ای از خود نشان می دهند. در مقالاتی که به بررسی و محاسبه انرژی و نیروی کازمیر پرداخته اند، پارامترهای لاگرانژی در راستای انجام محاسبات برای یک میدان خاص به صورت معمول در رابطه انرژی ظاهر شده و تاثیرات ناشی از آن نیز مورد بحث واقع شده است. اما کمتر مقالاتی به بررسی تاثیرات پارامترهای خارجی در انرژی کازمیر پرداخته اند [۲۸]. در همین جا لازم است ذکر کنیم که بررسی اثرات ابعاد کوچک و بنیادین به مانند «بعد پلانک» در مقاله [۲۹] در گذشته مورد بررسی قرار گرفته است که در البته در جای خود درست و ارزشمند است. اما در این مقاله می خواهیم یک قدم فراتر نهاده و به اثر طول عمر ذره در انرژی کازمیر به عنوان یک پارامتر خارجی بپردازیم. بررسی تاثیر اندازه ذره بر انرژی کازمیر توسط نویسنده در گذشته بررسی گردیده و بررسی طول عمر ذره در این مقاله مورد بررسی قرار خواهد گرفت. تفاوت عمده این دو پارامتر و تاثیری که بر انرژی کازمیر خواهند گذاشت در این است که همانطور که در گذشته نیز دیده شد اندازه ذره یک مقدار قطع بالا بر مود های مجاز انرژی اعمال می نمایند و این در حالیست که طول عمر ذره می تواند مود های مجاز را از پایین قطع نماید. در واقع یک ذره مرکب در فرکانسهای بسیار بالا یکتایی خود را از دست داده و بنابراین نظریه میدان کوانتومی مرتبط با آن در انرژی های بالا تغییر می یابد. به عنوان مثال ذره ای مانند پایون در فرکانسهای بسیار بالا به مانند دو ذره کوآرک مجزا از هم دیده می شود و بکار بردن لاگرانژی کلاین - گوردون و میدان نرده ای در خصوص آن بی معنا خواهد شد. مشابه این بیان را می توان برای طول عمر ذره نیز اینطور بیان نمود که در زمان های بیش از طول عمر یک ذره، ذره مورد نظر نابود شده و به ذرات دیگری تبدیل شده است لذا بیان همان لاگرانژی اولیه برای آن ذره و استفاده از همان مود ها برای آن نمی تواند درست باشد و لازم است این مقادیر از ردیف فرکانسهای مجاز خارج شود. این مطلب به زبان ریاضی به این معناست که یک مقدار قطع باید برای فرکانسها در نظر گرفته شود. برای انجام این امر در وهله اول لازم است نحوه ایجاد مقدار قطع را با توجه به طول عمر ذره بدانیم. همانطور که می دانیم و در بالا نیز توضیح داده شده است در زمانهای بیش از طول عمر ذره، یکتایی ذره مورد نظر از دست رفته است و به دیگر ذرات تبدیل شده است لذا در آن صورت احتساب یک میدان کوانتومی واحد برای آن دارای اشکال است. لذا فرکانسی که زمانی بزرگتر از طول عمر ذره را نیازمند باشد به دلیل آنکه یکتایی و یا وجود ذره را تهدید می کند نمی تواند فرکانسی مجاز محسوب شود. همین نکته را دستمایه ای برای ایجاد مقدار قطع بر روی انرژی کازمیر قرار می دهیم. در بخش بعد به صورت کمی و دقیقتر طبقه اعمال این مقدار قطع را روی فرکانسها توضیح خواهیم داد. در بخش بعد همچنین ما به محاسبه انرژی کازمیر برای یک میدان نرده ای جرم دار در یک بعد فضایی با اعمال شرط مرزی دیریکله<sup>۱</sup> خواهیم پرداخت و اثرات ناشی از طول عمر یک ذره را روی این انرژی مورد بررسی قرار خواهیم داد. در نهایت نیز نتایج حاصله را با نتایج انرژی کازمیر که در گذشته بدون در نظر گرفتن پارامتر مذکور بدست آمده است مقایسه خواهیم کرد.

1. Dirichlet boundary condition

در نمودارهای رسم شده در شکل (۱) بحث نمود. نمودار (۱) نشان می دهد برای جرم های سبک تر میزان تغییرات ناشی از طول عمر ذره قابل ملاحظه تر بوده و نسبت انرژی بین دو حالتی که طول عمر ذره لحاظ گردیده و غیر آن، به کندی به یکدیگر نزدیک می شوند و این در حالی است که برای ذره ای با جرم  $m = 1$  این نسبت به سرعت به عدد یک نزدیک شده و این نشان می دهد میزان حساسیت پذیری انرژی کازمیر برای ذرات سنگین تر کمتر خواهد بود. هر چقدر طول عمر ذره کمتر باشد محدودیت بیشتری را بر انرژی نقطه صفر اعمال خواهد کرد و این محدودیت منجر به اختلاف بیشتری در انرژی کازمیر نسبت به حالتی خواهد شد که اثر طول عمر ذره مورد بررسی واقع نشده است. در دو نمودار (۲) و (۳) به ترسیم مقادیر انرژی کازمیر به ازاء دو جرم متفاوت پرداخته شده است. این دو نمودار نیز در کنار هم به مانند نمودار (۱) نشان می دهد که اثر گذاری طول عمر ذره بر ذرات سبک تر بیش از ذرات سنگین تر خواهد بود که البته تا اینجا همان نتیجه ای است که از نمودار اول نیز بدست آمده است اما نکته دیگر اینکه وجود یک مقدار قطع پایین باعث می شود میزان انرژی کازمیر به فاصله دو صفحه حساستر شده و در واقع با افزایش فاصله صفحات افت انرژی کازمیر با سرعت بیشتری صورت پذیرد و هرچه جرم ذره نیز سنگین تر می شود این امر با قدرت بیشتری انجام می پذیرد. مساله دیگری که می توان در اینجا مطرح نمود لحاظ نمودن همزمان ابعاد ذره و طول عمر آن در میزان انرژی کازمیر است که می تواند به عنوان یک مساله باز مورد بررسی قرار گیرد که البته این مورد توسط نگارنده در حال انجام می باشد. گسترش این ایده در بررسی مدل های با ابعاد بالاتر توسط نویسنده در حال انجام است و انتظار می رود نتایجی که در این مقاله برای یک مساله یک بعدی حاصل شده است برای مدل های با ابعاد بالاتر هم صادق باشد. از آنجا که بررسی اثر کازمیر در بعد های زوج فضایی همراه با دشواری های زیادی همراه است این مساله می تواند برای بعد های بالاتر (خصوصاً در ابعاد زوج فضایی) به عنوان یک مساله مهم مورد توجه ویژه قرار گیرد.

### ۳- تقدیر و تشکر

بدینوسیله از جناب آقای دکتر سیامک سادات گوشه نیز بابت راهنماییهای روشنگرانه و هدایت اینجانب در جهت هدایت دقیق موضوع مذکور جهت وصول نتیجه صمیمانه تشکر می نمایم.

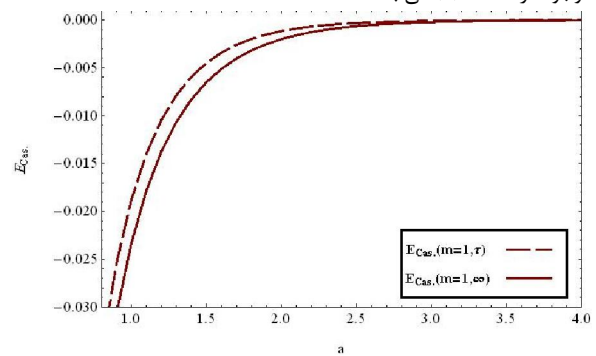
### ۴- مراجع

- [1] H. B. G. Casimir, Proc. Kon. Nederl. Akad. Wet., vol. 51, p. 793, 1948 .
- [2] K. A. Milton, *The Casimir Effect: Physical Manifestations of Zero-Point Energy*, world Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2001 .
- [3] M. J. Sparnaay, *Measurements of attractive forces between flat plates*, Physica, vol. 24, p. 751, 1958 .
- [4] M. Bordag, U. Mohideen, and V. M. Mostepanenko, *New Developments in the Casimir Effect*, Phys. rep., vol. 353, p. 1, 2001 .
- [5] V. V. Nesterenko and I. G. Pirozhenko, *Spectral Zeta Functions for a Cylinder and a Circle*, J. Math. Phys., vol. 41, p. 4521, 2000 .
- [6] E. Elizalde, S. D. Odintsov, A. Romeo, A. A. Bytesenko and S. Zerbini, *Zeta Regularization Techniques with Applications*, Singapore: World Scientific, 1994 .
- [7] K. A. Milton, L. L. Deraad and S. J., *Casimir self-stress on a perfectly conducting spherical shell*, Ann. Phys. (N.Y.), vol. 115, p. 388, 1978 .
- [8] R. Balian, and B. Duplantier, *Electromagnetic waves near perfect conductors. II. Casimir effect*, Ann. Phys. (N.Y.), vol. 112, p. 165, 1978 .
- [9] M. A. Valuyan, R. Moazzemi, and S. S. Gousheh, *A direct approach to the electromagnetic Casimir energy in a rectangular waveguide*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., vol. 41, p. 145502, 2008 .

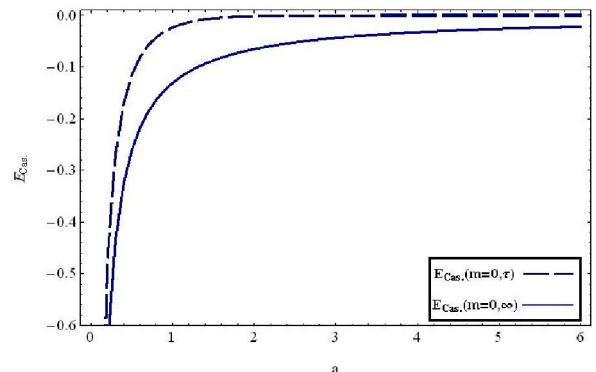
حال به محاسبه و بررسی انرژی کازمیر برای میدان زدهای بین دو نقطه در یک بعد فضایی با شرط مرزی دیریکله، این بار، با در نظر گرفتن طول عمر ذره ای ناپایدار می پردازیم. آنچه که می دانیم این است که ذره ای ناپایدار و با طول عمر محدود نمی تواند هر فرکانسی را در انرژی نقطه صفر به خود اختصاص دهد. در واقع باید کفی را برای انرژی این ذرات در نظر گرفت. اگر فرض کنیم طول عمر ذره برابر  $\tau$  باشد فرکانس های مجاز در انرژی نقطه صفر خلاء باید به گونه ای تعریف شود زمانهای بیشتر از طول عمر ذره از این فرکانسها فیلتر شود لذا با استفاده از این استدلال می توان این محدود سازی را مطابق عبارات زیر انجام داد:

$$t < \tau \Rightarrow \frac{1}{t} > \frac{1}{\tau} \Rightarrow \frac{2\pi}{t} > \frac{2\pi}{\tau} \Rightarrow \omega > \omega_{\min.} = \lambda \quad (5)$$

که در واقع مقدار  $\omega_{\min.}$  همان میزان قطع لازمه برای حد پایین انتگرال موجود در معادله (۲) می باشد.



شکل ۲ در این نمودار میزان انرژی کازمیر به ازاء جرم  $m = 1$  و  $\tau = 5$  بر حسب مقادیر متفاوت  $a$  رسم شده است. این نمودار به راحتی نشان می دهد که هر چقدر فاصله صفحات افزایش می یابد میزان تاثیر گذاری طول عمر ذره بر انرژی کازمیر کمتر می شود و در واقع دو مقدار انرژی کازمیر به یکدیگر نزدیک خواهد شد.



شکل ۳ در این نمودار میزان انرژی کازمیر به ازاء جرم  $m = 0$  و  $\tau = 5$  بر حسب مقادیر متفاوت  $a$  رسم شده است. این نمودار به راحتی نشان می دهد که هر چقدر فاصله صفحات افزایش می یابد میزان تاثیر گذاری طول عمر ذره بر انرژی کازمیر کمتر می شود و در واقع دو مقدار انرژی کازمیر به یکدیگر نزدیک خواهد شد.

لذا می توان این بار معادله (۲) را با جایگزین نمودن مقدار قطع  $\lambda$  به جای حد پایین انتگرال دوباره محاسبه نمود. متأسفانه محاسبه تحلیلی این انتگرال به مانند آنچه که در رابطه (۳) بدست آمده است امکان پذیر نمی باشد لذا محاسبه انتگرال فوق را به ازاء مقادیر متفاوتی از جرم و طول عمر ذره به صورت عددی محاسبه نموده ایم که می توان اثرات ناشی از این تغییرات را

- [10] S.S. Gousheh, R. Moazzemi, M.A. Valuyan, Radiative correction to the Dirichlet Casimir energy for  $\lambda\phi^4$  theory in two spatial dimensions, Phys. Lett. B, vol. 681, p. 477-483, 2009 .
- [11] F. A. Barone, R. M. Cavalcanti and C. Farina, hep-th/0306011 .
- [12] B. S. DeWitt, Phys. Rep., vol. 19, p. 297, 1975.
- [13] E. Elizalde, M. Bordag and K. Kirsten, *Casimir energy for a massive fermionic quantum field with a spherical boundary*, J. Phys. A: Math. Gen. vol 31, pp 1743-1759, 1998.
- [14] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. Weisskopf, Phys. Rev. D, vol. 9, p. 3471 , 1974.
- [15] R. K. Bhaduri, Models of the Nucleon (Addison-Wesley, Redwood City, California, 1988).
- [16] Kimball A. Milton, Phys. Rev. D, vol. 22, p. 1444, 1980.
- [17] Kimball A. Milton, Phys. Rev. D, vol. 22, p. 1441, 1980.
- [18] A. Romeo, Phys. Rev. D, vol. 52, p. 7308, 1995.
- [19] M. Bordag, E. Elizalde, and K. Kirsten, J. Math. Phys. Vol. 37, p. 895, 1996.
- [20] F. De Martini, M. Marrocco, and P. Mataloni, Phys. Rev. A 43, 2480, 1991.
- [21] M. Krech, and S. Dietrich, Phys. Rev. Lett. Vol. 66, p. 345, 1991.
- [22] M. Krech, and S. Dietrich, Phys. Rev. Lett. Vol. 67, p. 1055, 1991.
- [23] F. De Martini and G. Jacobovitz, Phys. Rev. Lett. Vol. 60, p.1711 (1988).
- [24] E. Elizalde, Phys. Lett. B, vol. 516, p. 143 (2001).
- [25] F. Bauer, M. Lindner, and G. Seidl, JHEP, vol. 05, p. 026 (2004).
- [26] B. S. DeWitt, Phys. Rep., vol. 19, p. 297, 1975 .
- [27] M. A. Valuyan, *The Effect of Finite Size of Composite Particles on the Casimir Energy for Scalar Field in 1+1 Dimensions*, Jvibme, Accepted for publication, 2015.
- [28] K. Nouicer, *Casimir effect in the presence of minimal lengths*, Journal of Physics A Mathematical General, vol. 38, p. 10027, 2005 .
- [29] K. Poppenhaeger, S. Hossenfelder, S. Hofmann, and M. Bleicher, *The Casimir Effect in the Presence of a Minimal Length*, Phys. Lett. B, vol. 632, p. 379, 2006 .
- [30] Reza Moazzemi; Siamak S. Gousheh, A new renormalization approach to the Dirichlet Casimir effect for  $\phi^4$  theory in 1+1 dimensions, Phys. Lett. B, vol. 658, pp. 255-265, 2008 .