

## بهینه‌سازی سازه‌های دوبعدی با استفاده از روش مینیمم رشد سازه‌های پایه با گره‌های شناور

علی قدوسیان<sup>۱</sup>

[aghoddosian@semnan.ac.ir](mailto:aghoddosian@semnan.ac.ir)

صابر مسکر جهان آباد<sup>۲</sup>

[sabermeskar@gmail.com](mailto:sabermeskar@gmail.com)

### چکیده

روش‌های بهینه‌یابی بر اساس سازه‌ی مینا و مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های ثابت از جمله روش‌های مفید و موثر در بهینه‌یابی سازه‌های گسسته می‌باشد، اما کندی فرآیند بهینه‌یابی در روش سازه مینا برای سازه‌های بزرگ دو بعدی به دلیل زیاد بودن تعداد اعضای سازه مینا، سبب می‌شود که زمان زیادی برای حل مسائل تلف شود و ثابت بودن گره‌های خرپا در روش مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های ثابت که باعث می‌شود سازه در برخی موارد بهینه محلی را بیابد در این مقاله سعی شده است تا با ارائه روشی نوین، بهینه‌یابی سطح مقطع و توپولوژی خرپاها به نحوی انجام شود که مشکلات مذکور تا حد امکان برطرف شود. بدین منظور الگوریتم مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های شناور ارائه شده است. در این روش به جای شروع از سازه پایه با حداکثر اعضای ممکن سازه، با سازه‌ای با حداقل اعضا شروع می‌شود و سازه پایه تا زمان ارضا کردن شرایط مساله رشد می‌کند و تمامی گره‌ها به سازه ابتدایی به صورت شناور اضافه می‌شود و سپس در این مقاله از چند مثال استاندارد استفاده شده است که با استفاده از نرم‌افزار متلب کدنویسی شده است. جواب‌های به دست آمده به روش مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های شناور با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات با سایر روش‌ها مقایسه شده است. نتایج مقاله نشان می‌دهد روش مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های شناور سرعت هم‌گرایی بسیار بالایی نسبت به روش سازه پایه و بهینه مطلق تری نسبت به مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های ثابت دارد.

**کلمات کلیدی:** بهینه‌سازی، روش مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های شناور، سازه‌های دو بعدی، بهینه سازی ازدحام ذرات.

<sup>۱</sup> دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، سمنان، ایران

## ۱- مقدمه

یکی از مسائل اساسی که انسان در زندگی روزمره با آن سر و کار دارد انتخاب بهترین راه برای حل مساله مورد نظر است. در دنیای پرقابله امروز دیگر کافی نیست سیستمی طراحی شود که صرفاً دارای یک عملکرد خاص باشد، باید به بهترین سیستم ممکن یا عملکرد مورد نظر و کارایی بالا دست پیدا کرد. بهترین سیستم به معنای سیستمی کارآمد، همه جانبه، منحصر به فرد و مقرون به صرفه می‌باشد. به عبارتی دیگر اگر چه ممکن است سیستم‌های متعددی بتوانند وظیفه مشابهی را انجام دهند ولی برخی از آنها از بقیه به‌ترند.

بهینه‌سازی عبارت است از انتخاب یک راه حل برای تعیین منطقی به‌ترین نتیجه یا خروجی ممکن برای یک عمل کرد با پاسخ معین به گونه‌ای که هم‌زمان محدودیت‌ها و نیازها و قیود مساله برآورده شود. بنابراین محدوده‌ی کاربرد روش طراحی بهینه تقریباً بدون محدودیت بوده و تنها میزان توانایی و مهارت طراح است که آن را محدود می‌کند [۱].

یکی از سازه‌های مهم و پرکاربرد در مهندسی امروزه، سازه خریا می‌باشد که کاربرد بسیار زیاد در صنعت امروزه دارد. بنابراین بهینه کردن این سازه از لحاظ وزن اهمیت بسیار مهمی برخوردار است. بدین منظور محققان بسیار زیادی در این زمینه فعالیت نمودند و سازه‌ی دو بعدی را با استفاده از الگوریتم‌های گوناگون بهینه کردند. بهینه‌سازی سازه‌های دو بعدی را می‌توان در سه بخش تقسیم‌بندی کرد، بهینه‌سازی اندازه، شکل و توپولوژی [۲]. در اغلب روش‌های بهینه‌سازی، شکل و توپولوژی سازه (مختصات گره‌ها و اعضا بین دو گره از خریا) را ثابت فرض می‌کنند، در بهینه‌سازی اندازه، متغیر طراحی سطح مقطع تمامی اعضا خریا است و در بهینه‌سازی شکل متغیر طراحی تغییر مختصات گره‌های سازه بوده که می‌تواند باعث بهبود عمل کرد سازه شود و در بهینه‌سازی توپولوژی تمرکز روی بودن و نبودن اعضا در سازه است [۲]. ظاهراً برای بهینه‌سازی موثرتر سازه‌های دو بعدی بهتر است سه روش به طور هم‌زمان اجرا شود [۲]. بدین منظور دو روش وجود دارد:

۱. روش تک مرحله‌ای: تمامی متغیرهای توپولوژی، شکل و اندازه با هم ادغام می‌شوند و یک متغیر به وجود می‌آید. این روش زمان بسیار زیادی به دلیل فضای بسیار بزرگ طراحی، نیاز دارد [۲].

۲. روش دو مرحله‌ای: در این روش، در مرحله‌ی اول بهینه توپولوژی سازه را از سازه‌ی پایه به دست می‌آوریم و سپس شروع به بهینه کردن اندازه و شکل سازه می‌کشیم [۲].

با استفاده از الگوریتم ژنتیک [۳-۴-۵]، شبیه‌سازی باز پخت [۶]، برنامه‌ریزی ژنتیک [۷] و... به بهینه‌سازی توپولوژی، شکل و اندازه سازه خریا به طور هم‌زمان پرداختند.

در این مقاله ما با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به طور هم‌زمان سازه‌های مورد نظر را از لحاظ توپولوژی و اندازه بهینه می‌کنیم. بدین منظور ابتدا بهینه توپولوژی سازه را به دست می‌آوریم و سپس شروع به بهینه‌سازی اندازه سازه می‌کنیم.

اخیراً چندین محقق برای بهینه‌سازی سازه از روش ازدحام ذرات استفاده کردند، کاوه و لک نژادی [۸] با استفاده از ترکیب الگوریتم گروه ذرات و DM، بهینه‌سازی چند هدفه را برای سازه‌های خریایی انجام داده‌اند و پیرز و به دینان [۹] از الگوریتم بهبود یافته ازدحام ذرات برای بهینه‌سازی اندازه‌ی سازه خریا استفاده نمودند. از الگوریتم بهینه‌سازی هیورستیکی ازدحام ذرات (HPSO) برای بهینه‌سازی بین‌های اتصال سازه‌ها [۱۰] و سازه‌های خریا با متغیر گسسته استفاده کردند [۱۱]. کاوه و طلاطاهری [۱۲] روش‌های بهینه‌سازی ازدحام ذرات و استراتژی بهینه‌سازی کلونی مورچگان برای بهینه‌سازی سازه‌های خریا استفاده نمودند. گان و چان [۲] برای بهینه‌سازی سازه خریا از روش جذب و دفع ازدحام ذرات (ARPSO) و باینری ازدحام ذرات (BPSO) استفاده نمودند.

الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات (PSO) در اصل یک شبیه ساز از رفتار اجتماعی پرندگان و یا ماهی‌ها است. این الگوریتم متعلق به خانواده‌ی الگوریتم‌های تکاملی بوده و توسط یک روانشناس به نام جیمز کندی ارائه شده است. کمی بعد وی به همراه یک مهندس برق به نام راسل ابر هارت آن را به عنوان یک بهینه‌ساز به جهان مهندسی معرفی کردند [۱۳].

این الگوریتم به راحتی پیاده‌سازی می‌شود و از لحاظ حجم محاسبات لازم بسیار کم‌هزینه بوده و حافظه‌ی کمی نیاز دارد. علاوه بر این‌ها، نیازمند اطلاعاتی از گرادیان تابع هدف (هزینه) نیست و فقط محاسبه مقادیر این تابع برای پیاده‌سازی آن کافی است. از زمان ارائه آن به سال ۱۹۹۵، الگوریتم گروه ذرات در بسیاری از مسائل خود را الگوریتم کاملاً موثری نشان داده و در برخی موارد نیز با مشکلاتی که دیگر روش‌های تکاملی روبه رو بوده‌اند، مواجه نشده است.

## ۲- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات همانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی با تعدادی جمعیت اولیه‌ی تصادفی که هر کدام از آن‌ها یک ذره (پرنده) نامیده می‌شوند، شروع به کار می‌کند. در این جمعیت اولیه، هر ذره دارای یک موقعیت و سرعت تصادفی است. الگوریتم ژنتیک از طریق فرآیندهای انتخاب و ترکیب از

ادامه بقای کروموزم های با برازندگی پایین تر جلوگیری می کند، اما در الگوریتم گروه ذرات، ذرات تا انتها باقی می ماندند و از بین نمی روند، بلکه از طریق تقلید اجتماعی موقعیت خود را بهبود می بخشند.

در یک گروه ذرات هر ذره دارای سه بردار است طوری که هر یک بعدی برابر با بعد مساله دارند [۱۴]. این سه بردار عبارتند از:

$x_i$  بردار موقعیت ذره

$P_i$  بردار به ترین موقعیت به دست آمده تاکنون ذره

$V_i$  بردار سرعت ذره

بردار موقعیت، مجموعه ای از مختصات کارتزین است که نقطه ای در فضای مساله را نشان می دهد. در هر تکرار از حلقه الگوریتم، موقعیت کنونی هر ذره به عنوان یک جواب بالقوه مورد ارزیابی قرار می گیرد، به زبان ساده تر مقدار تابع هدف برای آن ذره محاسبه می شود و در صورتی که این موقعیت بهتر از به ترین موقعیت به دست آمده تاکنون توسط ذره به عنوان یک جواب یعنی  $P_i$  باشد، جایگزین موقعیت ذخیره شده در  $P_i$  می گردد. برازندگی (مقدار تابع هزینه یا هدف) به دست آمده نیز در متغیری به نام  $Pbest_i$  ذخیره می شود تا انجام مقایسه ها در تکرار های بعدی آسان تر گردد.

آنچه تاکنون بیان شد، همگی مربوط به تاثیرات گذشته و حال هر ذره در آینده آن بود. اما همان طور که ذکر گردید، الگوریتم گروه ذرات مبنی بر روابط اجتماعی ذرات است. هر ذره متعلق به یک همسایگی اجتماعی است؛ تاثیر اجتماع بر هر ذره نتیجه ی مشاهده همسایگان توسط آن ذره است. هر ذره متاثر از به ترین موقعیتی است که هر کدام از همسایه هایش (اعضای همسایگی توپولوژیکی) تاکنون به دست آورده اند. اگر  $g$  اندیس ذره های در همسایگی باشد که صاحب به ترین موقعیت به دست آمده است، در این صورت می توان به ترین موقعیت هر همسایگی را با  $P_g$  نشان داد.

۱.

جمعیت اولیه ای از ذرات با موقعیت ها و سرعت های تصادفی تشکیل می گردد.  $P_i$  و  $Pbest_i$  را به ترتیب برابر با موقعیت و برازندگی اولیه هر ذره قرار دهید.

۲.

رای هر ذره مقدار تابع هدف (برازندگی) در موقعیت  $x_i$  را محاسبه کنید.

۳.

رازندگی هر ذره را با  $Pbest_i$  مقایسه کنید. اگر مقدار کنونی بهتر است آن را در  $Pbest$  قرار داده و  $P_i$  را برابر با موقعیت کنونی ذره یعنی  $x_i$  قرار دهید.

۴.

بهترین ذره در همسایگی را تشخیص داده و اندیس آن را در متغیر  $g$  ذخیره کنید.

۵.

موقعیت و سرعت هر ذره را مطابق با معادلات (۱) و (۲) تغییر دهید.

$$v_{i+1} = v_i + c_1 r_1 (P_i - x_i) + c_2 r_2 (P_g - x_i) \quad (1) \quad x_{i+1} = x_i + v_i$$

(۲)

۶.

شرط خروج را کنترل کنید. این شرط معمولاً یک برازندگی به قدر کافی خوب، یا کران بالایی برای تعداد تکرار حلقه است. اگر شرط برآورده نشود به مرحله ی دوم بازگشته و حلقه تکرار می شود.

سرعت هر ذره در هر تکرار چنان تنظیم می شود که هر ذره حول  $P_i$  و  $P_g$  نوسان می کند، به عبارتی هر ذره به هنگام حرکت، جهت حرکت قبلی خود، به ترین موقعیتی را که تاکنون در آن قرار داشته و همچنین به ترین موقعیتی را که توسط کل ذرات گروه تجربه شده است، در نظر می گیرد.

در رابطه (۱) ثابت های  $r_1$  و  $r_2$  وزن دهی جملات شتاب تصادفی در بازه [۰ و ۱] را نشان می دهد که نوعی گوناگونی در جواب ها به وجود بیاید و به این نحوه جستجوی کامل تری روی فضای مساله انجام پذیرد. ضرایب  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب یادگیری نامیده می شود.  $c_1$  ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره است و در مقابل  $c_2$  ضریب یادگیری مربوط به تجربه های گروه ذرات است که هر ذره را به سمت  $P_i$  و  $P_g$  می کشاند.

تنظیم این متغیرها اثر نسبی به ترین موقعیت به دست آمده توسط خود ذره و به ترین موقعیت به دست آمده از همسایگی را کنترل می کند. در واقع این متغیرها تاثیر نسبی اطلاعات فردی و اجتماعی ذره را روی آینده آن تعیین می کند [۱۵].

### ۳- بیان مساله برای بهینه سازی توپولوژی و اندازه به

#### روش مینیمم رشد سازه پایه

هدف بهینه سازی سازه های خرپا، مینیمم کردن وزن کل سازه است با این شرط که قیدهای مساله باید ارضا شود. در حالت کلی مساله بهینه سازی سازه های خرپا به صورت زیر فرمول بندی می شود:

$$F(A) = \sum_{i=1}^{N_e} (\rho_i L_i A_i) \quad (3)$$

قیود مساله به صورت زیر است:

در روش حداقل رشد سازه پایه با گره‌های ثابت به جای شروع از سازه‌ای با حداکثر اعضای ممکن سازه، الگوریتم با سازه‌ای با حداقل اعضا شروع می‌شود. بدین طریق که در مرحله اول گره‌هایی که نیرو بر روی آن‌ها اعمال می‌شود به گره‌های تکیه-گاه وصل شده به نحوی که ساده‌ترین سازه ممکن و پایدار تشکیل گردد [۱۷].

در مرحله دوم با توجه به ماکزیمم تنش و جابجایی تعریف شده در مساله، گره‌های بحرانی تشخیص داده شده و با اتصال این گره‌ها به گره‌های تکیه‌گاه، اعضای جدید در سازه تعریف می‌شوند. مرحله اول و دوم در یک حلقه تا زمانی که سازه شرایط اولیه تنشی و جابجایی را ارضا کند اجرا می‌گردد.

لازم به ذکر است در این مرحله جهت جلوگیری از اتصال اعضای متعدد به تکیه‌گاه‌های سازه و از طرفی ایجاد یک سازه پایدار متنوع، گره‌هایی از قبل تحت عنوان گره‌های استفاده نشده تعریف می‌گردند و به جای اتصال مستقیم گره‌های بحرانی به تکیه‌گاه‌ها، ابتدا گره بحرانی به یکی از گره‌های استفاده نشده متصل می‌گردد. از آن‌جا که گره استفاده نشده نیز باید پایدار باشد بنابراین باید به صورت مثلثی به تکیه‌گاه‌ها و یا گره‌های صلب سازه متصل گردند. نحوه انتخاب گره استفاده نشده و مکان این تکیه‌گاه‌ها تاثر زیادی در توپولوژی بهینه دارند. معیار انتخاب گره استفاده نشده در الگوریتم MGGSM، اضافه شدن حداقل طول اعضا به سازه می‌باشد. در این الگوریتم در هنگام متصل شدن گره‌های استفاده نشده به تکیه‌گاه‌ها و یا گره‌های بحرانی، از منطبق شدن کامل یک عضو سازه بر روی عضو دیگر جلوگیری می‌شود [۱۷].

بعد از کامل شدن مرحله اول و دوم و رسیدن به سازه‌ای پایدار که قیود مساله را نیز ارضا می‌کند، در فاز سوم این سازه از نظر اندازه و توپولوژی بهینه شده و لینک‌های اضافی سازه حذف می‌گردند. در شکل ۱ فلوچارت کلی روش MGGSM ارائه شده است [۱۷].

#### ۴-۲ روش بهینه‌سازی مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های شناور

در روش مینیمم رشد سازه‌ی مینا با گره‌های شناور، تغییراتی در فاز دوم الگوریتم MGGSM با گره‌های ثابت ایجاد نمودیم تا الگوریتم MGGSM نقاط بیشتری را برای سازه‌ی مورد نظر بررسی نماید و به حالت بهینه مطلق تری دست یابد. بدین منظور در قسمت انتهایی فاز دوم الگوریتم مینیمم رشد سازه‌ی مینا، بازه‌ی مشخصی برای شناور بودن گره‌های خرپا قرار دادیم و گره‌ی خرپا در این بازه به صورت تصادفی حرکت نموده و سازه‌ی تصادفی به وجود می‌آید و این سازه با سازه‌ی قبلی (سازه‌ی

$$G_1 = \sigma_i^{\min} < \sigma_i < \sigma_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, N_e \quad (1)$$

$$G_2 = u_k^{\min} < u_k < u_k^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (\delta)$$

$$G_3 = v_k^{\min} < v_k < v_k^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (\phi)$$

$$G_4 = A_i^{\min} < A_i < A_i^{\max} \quad i = 1, 2, \dots, N_e \quad (V) \quad G_5 =$$

پایداری خرپا از نظر هندسی (۸)

در روابط بالا متغیرهای  $\sigma_i$ ،  $L_i$  و  $\rho_i A_i$  به ترتیب از چپ به راست نشان‌گر دانسیته ماده تشکیل دهنده سازه، سطح مقطع اعضا خرپا، طول اعضا تشکیل دهنده سازه و تنش اعمالی بر اعضا سازه خرپا است.  $u_k$  و  $v_k$  به ترتیب جابجایی گره‌های سازه در راستای  $x$  و  $y$  بوده،  $k$  مشخصه تعداد اعضا و گره‌های سازه بوده و بالا و  $\max$  و  $\min$  نشانگر مقدار ماکزیمم و مینیمم قابل قبول برای متغیر مورد نظر می‌باشد.

قید  $G_1$ : در یک خرپا با توپولوژی بهینه، می‌بایست در تمامی اعضا تنش ناشی از ترکیبات بارگذاری در محدوده‌ی مجاز و قابل قبول قرار داشته باشد. این مقدار مجاز براساس جنس مصالح اعضا خرپا تعیین می‌شود.

قید  $G_2, G_3$ : بیانگر جابجایی هر گره از سازه خرپا باید در محدوده‌ی قابل قبول در راستای  $x$  و  $y$  باشد.

قید  $G_4$ : نشان‌گر سطح مقطع هر عضو از سازه خرپا باید در محدوده تعیین شده مساله قرار داشته باشد.

قید  $G_5$ : این قید ویژگی پایداری سینماتیکی سازه را بررسی میکند.

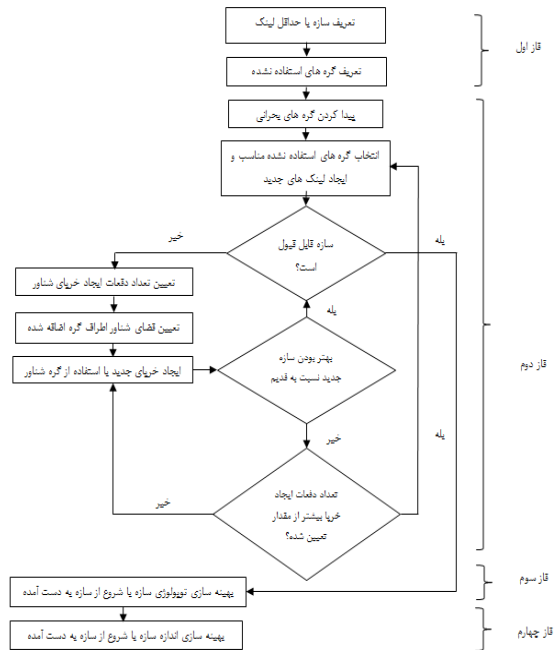
#### ۴- روش بهینه‌سازی مینیمم رشد سازه پایه (MGGSM)

در کارهای انجام شده گذشته در زمینه‌ی بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های گسسته، نقطه‌ی شروع الگوریتم در اکثر روش‌ها، سازه‌ای است که شامل کلیه اعضای ممکن است. بنابراین زمان زیادی برای به دست آوردن توپولوژی بهینه‌ی سازه نیاز است. هر چه سازه بزرگ‌تر باشد تعداد این اعضا بیشتر شده و سازه پایه بزرگ‌تر می‌گردد. نحوه‌ی محاسبه کردن تعداد اعضا سازه پایه، برای یک خرپا با  $m$  گره براساس رابطه ۹ می‌باشد [۱۶]. جهت بر طرف کردن این نقطه ضعف این گروه از روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی، الگوریتم حداقل رشد سازه پایه (MGGSM) ارائه شده است.

$$n = \binom{m}{2} \quad (9)$$

#### ۴-۱ روش بهینه‌سازی مینیمم رشد سازه پایه با گره‌های ثابت

بهینه می‌شود. در شکل ۲ فلوجارت کلی روش MGGSM با گره-های شناور ارائه شده است.



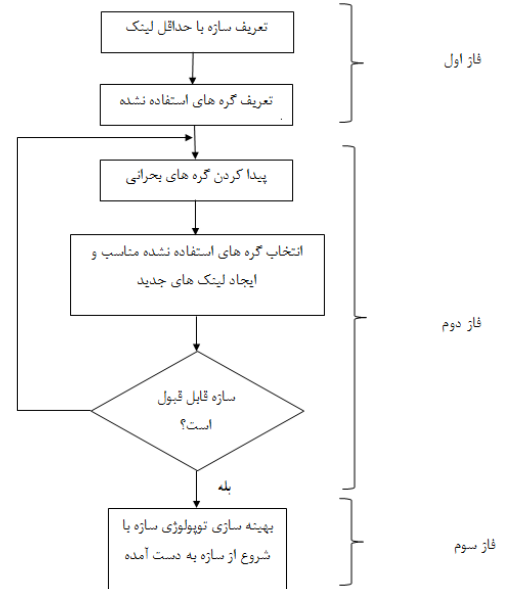
شکل ۲: فلوجارت کلی روش MGGSM با گره‌های شناور

### ۵- حل چند مثال عددی

#### ۵-۱-خرپای ۶ گره‌ای:

در این مثال، یک خرپای ۶ گره‌ای به صورت شکل ۳ تحت دو بار متمرکز برابر با ۱۰۰klb به گره‌های ۱ و ۲ سازه در نظر گرفته شده است. [۱۶] مدول الاستیسیته اعضای این سازه برابر با  $E=10^4 \text{ksi}$  است. مقادیر حداقل و حداکثر مساحت سطح مقطع اعضای سازه به ترتیب برابر با  $0.09 \text{in}^2$  و  $3.5 \text{in}^2$  است. در این جا تابع هدف رسیدن به حداقل وزن سازه می‌باشد. برای اعضای سازه مقدار حداکثر تنش باید کمتر از  $250 \text{ksi}$  و جابجایی برای گره‌های سازه باید کمتر از  $2 \text{in}$  باشد. توپولوژی بهینه این سازه توسط فرامرزی و افشار با استفاده از الگوریتم اتوماتای سلولی به صورت شکل ۴ به دست آمده است. در شکل ۵ چگونگی رسیدن به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از الگوریتم MGGSM در فازهای مختلف سازه تا قبل از شروع فاز سوم برابر با  $0.09 \text{in}^2$  در نظر گرفته شده است. در الگوریتم MGGSM از منطبق شدن کامل یک عضو سازه بر روی عضو دیگر جلوگیری شده است. به ظاهر فاز سوم و چهارم در شکل ۵ با هم تفاوت ندارد ولی در حقیقت این گونه نبوده، سطح مقطع اعضا در فاز چهارم نسبت به فاز سوم بهینه می‌شود.

MGGSM با گره‌های ثابت) مقایسه شده به عبارت دیگر سازه‌ی خرپا با گره‌های شناور با سازه‌ی خرپا با گره‌های ثابت از لحاظ وزن کل سازه و نرم تنش کلیه اعضا خرپا و نرم جابجایی کلیه گره‌های خرپا مقایسه شده و اگر این مقادیر کمتر باشد سازه‌ی خرپا با گره‌های شناور به عنوان سازه‌ی مورد نظر مورد قبول بوده و این کار برای تمامی گره‌های اضافه شده در خرپا انجام می‌شود.

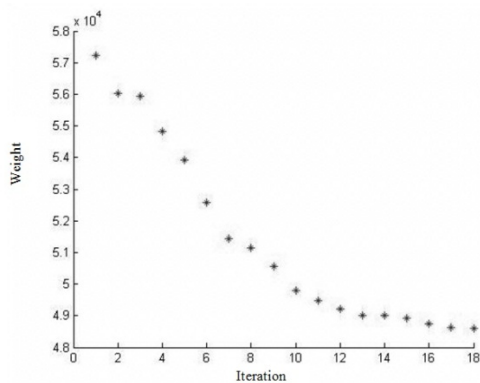


شکل ۱: فلوجارت کلی روش MGGSM با گره‌های ثابت [۱۷]

### ۴-۲-۱- الگوریتم بهینه‌سازی مینیمم رشد سازه‌ی مینا خرپا با گره‌های شناور با متغیرهای پیوسته

در فاز اول روش حداقل رشد سازه پایه با گره‌های شناور، به جای شروع از سازه‌ای با حداکثر اعضای ممکن، الگوریتم با سازه‌ای با حداقل اعضا شروع می‌شود. بدین طریق که در مرحله اول گره‌هایی که نیرو بر روی آنها اعمال شده به گره‌های تکیه‌گاه وصل می‌شود به نحوی که حداقل سازه ممکن تشکیل گردد. در مرحله دوم با توجه به ماکزیمم تنش و جابجایی تعریف شده در مساله، گره‌های بحرانی تشخیص داده شده و با اتصال این گره‌ها به گره‌های تکیه‌گاه و گره‌هایی که بار بر آنها اعمال شده، اعضای جدید در سازه تعریف می‌شوند. اگر در فاز دوم سازه پایدار نباشد، فضایی شناور اطراف گره اضافه شده تعیین می‌شود و گره قبلی اضافه شده در این فضا شناور به صورت تصادفی جابجا می‌شود و سازه متفاوت به دست می‌آید و با سازه قبلی مقایسه شده اگر سازه بهتر باشد به عنوان سازه مینا در نظر گرفته می‌شود.

بعد از کامل شدن مرحله اول و دوم و رسیدن به سازه‌ای پایدار که قیود مساله را نیز ارضا می‌کند، در فاز سوم این سازه از نظر توپولوژی بهینه شده و لینک‌های اضافی سازه حذف می‌گردند و در فاز چهارم سازه بدست آمده از بهینه توپولوژی از نظر اندازه



شکل ۶: نمودار هم‌گرایی به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از گره‌های شناور برای خرپا ۶ گره‌ای

جدول ۱: مقایسه مساحت اعضای سازه (in<sup>2</sup>) با توپولوژی بهینه برای خرپای ۶ گره‌ای

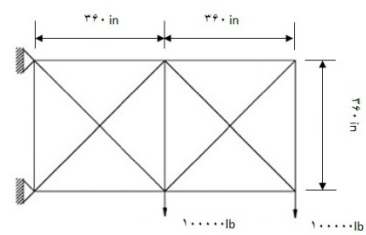
رینگر تر [۱۸]	GA [۳]	Ant [۱۹]	CA [۱۶]	MGGSM (C) [۱۷]	MGGS M (F)	A <sub>0</sub>
۳۰/۱۰	۲۹/۶۸	۲۹/۸۱	۳۰/۰۹۵۳	۲۹/۸۰۴۸	۲۸/۰۶۹۵	A <sub>0</sub>
۲۲/۰۰	۲۲/۰۷	۲۲/۲۴	۲۲/۱۲۲۱	۲۱/۸۴۴۵	۲۴/۴۶۱۴	A <sub>1</sub>
۱۵/۰۰	۱۵/۳۰	۱۵/۱۵	۱۵/۰۴۶۶	۱۴/۸۹۲۲	۱۹/۱۸۳۷	A <sub>2</sub>
۶/۰۸	۶/۰۹	۶/۰۸	۶/۰۸۰۲	۶/۰۹۵۸	۶/۱۸۳۴	A <sub>3</sub>
۲۱/۳۰	۲۱/۴۴	۲۱/۳۹	۲۱/۲۸۰۶	۲۱/۲۸۳۴	۱۸/۵۰۸۱	A <sub>4</sub>
۲۱/۳۰	۲۱/۲۹	۲۱/۲۴	۲۱/۲۸۰۶	۲۱/۱۹۹۲	۱۹/۵۷۶۶	A <sub>5</sub>
وزن کلی (lb)	۴۸۹۹/۱۵	۴۸۹۹	۴۸۹۹/۳۱	۴۸۹۹/۲۴	۴۸۵۹/۸	

جدول ۲: جابجایی در گره‌های سازه با توپولوژی بهینه برای خرپای ۶ گره‌ای (in)

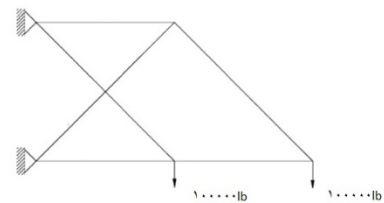
شماره گره	x	y	x	y	x
۲	-۰/۳۲۵۳	-۲/۰۰۰	-۰/۳۲۹۶	-۲/۰۰۰	-۱/۳۵۷
۱	-۰/۵۶۴۶	-۲/۰۰۰	-۰/۵۷۱۳	-۲/۰۰۰	-۱/۹۷۸

جدول ۳: تنش در اعضای سازه با توپولوژی بهینه برای خرپای ۶ گره‌ای (ksi)

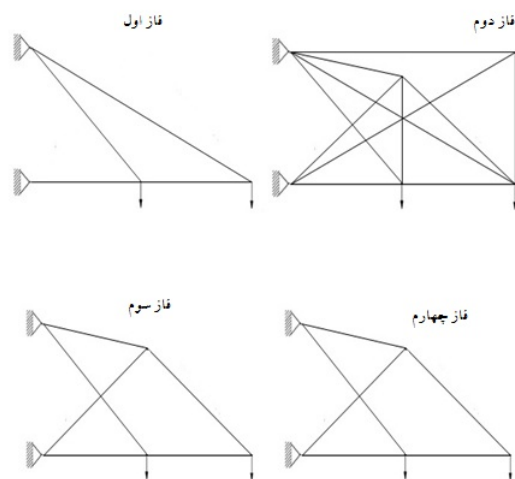
شماره عضو	CA [۱۶]	MGGSM [۱۷]	MGGSM(F)
۰	۶/۶۴۵	۶/۷۱۰۳	۷/۴۰۸۱۲۱
۱	-۹/۰۳۶	-۹/۱۵۵۶	-۱۰/۹۷۴
۲	-۶/۶۴۵	-۶/۷۱۴۹	-۳/۴۰۰
۳	۲۳/۲۵۹	۲۳/۲۰۰۰	۱۷/۱۸۶۶۹
۴	-۶/۶۴۵	-۶/۶۴۴۷	-۵/۹۱۶۱۲
۵	-۶/۶۴۵	۶/۴۸۷۵	۷/۱۴۰۳۸۰



شکل ۳: سازه مینا خرپای ۶ گره‌ای با گراف ستاره‌ای تحت دو بار متمرکز



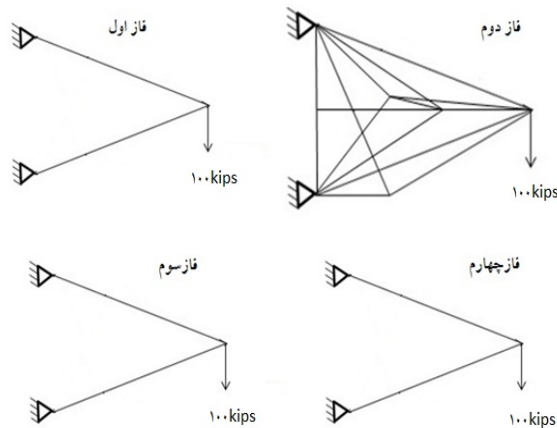
شکل ۴: توپولوژی بهینه خرپای ۶ گره‌ای گزارش شده در [۱۶]



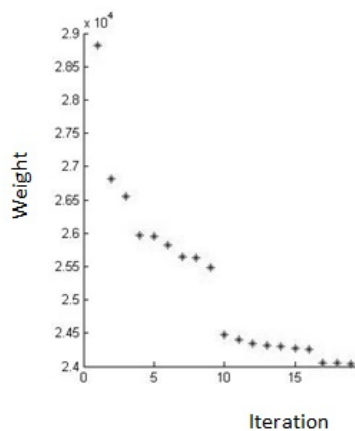
شکل ۵: چگونگی رسیدن به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از الگوریتم MGGSM با گره‌های شناور در فازهای مختلف بهینه‌سازی

نمودار هم‌گرایی به توپولوژی و اندازه بهینه به کمک روش MGGSM با استفاده از گره‌های شناور برای خرپا ۶ گره‌ای در شکل ۶ نشان داده شده است. در جدول ۱ مساحت اعضا و وزن کل سازه به دست آمده با روش MGGSM با گره‌های شناور و روش‌های ارائه شده در مراجع [۱۶-۱۸-۱۹] نشان داده شده است. جدول ۲ مقادیر جابجایی گره‌های سازه و جدول ۳ مقادیر تنش در اعضای سازه را نشان می‌دهد.

شکل ۱۰ چگونگی رسیدن به اندازه و توپولوژی بهینه با استفاده از روش MGGSM با گره‌های شناور در فازهای مختلف بهینه سازی را برای این سازه نشان می‌دهد. در این شکل مساحت مقطع اعضای سازه تا قبل از شروع فاز سوم برابر با  $10 \text{ in}^2$  در نظر گرفته شده است. به ظاهر فاز سوم و چهارم در شکل ۱۰ با هم تفاوت ندارد ولی در حقیقت این‌گونه نبوده، سطح مقطع اعضا در فاز چهارم نسبت به فاز سوم بهینه می‌شود. مشخصات این سازه بهینه در جدول آورده شده است. همان‌طور که از نتایج جداول ۴ و ۵ مشاهده می‌گردد، هر دو عضو سازه به حالت تنش کامل و قید جابجایی در حالت فعال می‌باشد. بنابراین سازه بهینه به دست آمده سازه بهینه سراسری مساله است. نمودار هم‌گرایی به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از گره‌های شناور برای خرپا ۱۲ گره‌ای در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



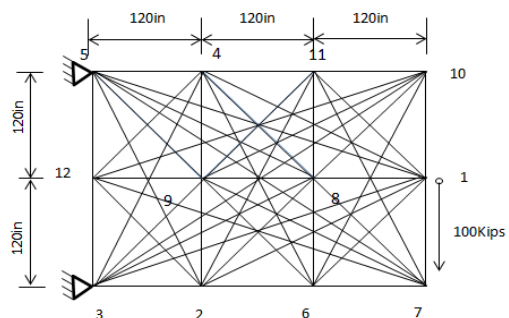
شکل ۱۰: چگونگی رسیدن به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از الگوریتم MGGSM با گره‌های شناور در فازهای مختلف بهینه‌سازی



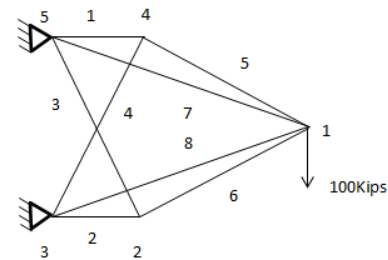
شکل ۱۱: نمودار هم‌گرایی به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از گره‌های شناور برای خرپا ۱۲ گره‌ای

### ۵-۲ خرپای ۱۲ گره‌ای:

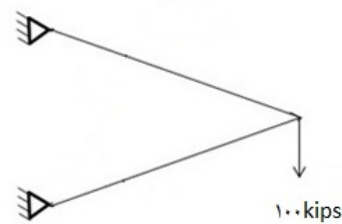
در این مثال یک خرپای ۱۲ گره‌ای که چگالی و مدول الاستیسیته اعضای آن به ترتیب برابر با  $E = 10^4 \text{ ksi}$  و  $E = 0.11 \text{ lb/in}^3$  می‌باشد، در نظر گرفته شده است. نیرویی برابر با  $100 \text{ klb}$  به صورت نشان داده شده در شکل ۷ بر سازه اعمال می‌گردد. قید تنش برای اعضای سازه برابر  $\sigma_{\min}^{\max} = \pm 5000 \text{ psi}$  و قید جابجایی برای گره‌های سازه برابر با  $u_{\min}^{\max} = \pm 0.6 \text{ in}$  است. توپولوژی بهینه این سازه توسط فرامزی و افشار با استفاده از الگوریتم اتوماتای سلولی (CA) به دست آمده است [۱۶]. در این مقاله مقادیر حداقل و حداکثر در نظر گرفته شده برای مساحت مقطع اعضای سازه به ترتیب برابر با  $0.9 \text{ in}^2$  و  $35 \text{ in}^2$  می‌باشد [۱۶]. توپولوژی بهینه بدست آمده در مرجع [۱۶] به صورت شکل ۸ و توپولوژی به دست آمده در مرجع [۲۰] به صورت شکل ۹ می‌باشد.



شکل ۷: سازه مینا خرپای ۱۲ گره‌ای با ۶۶ عضو

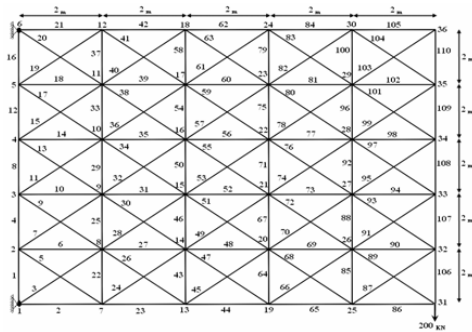


شکل ۸: توپولوژی و اندازه بهینه خرپای ۱۲ گره‌ای با ۶۶ عضو [۱۶]

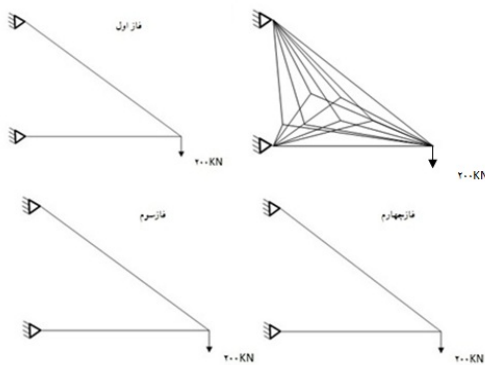


شکل ۹: توپولوژی و اندازه بهینه خرپای ۱۲ گره [۲۰]

دارد. در شکل ۱۴ می‌توانید نحوه هم‌گرایی سازه خرپا ۳۶ گره ای را مشاهده نمایید.

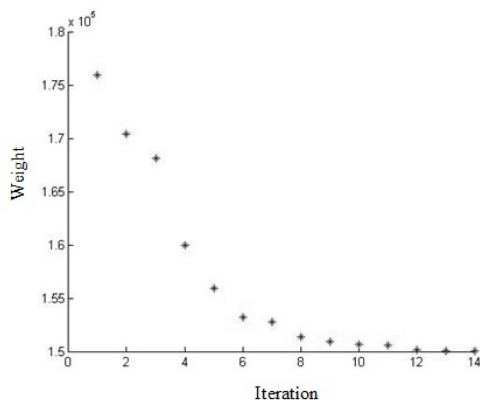


شکل ۱۲: سازه مبنا به روش گراف ستاره‌ای برای سازه ۳۶ گره‌ای



شکل ۱۳ چگونگی رسیدن به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از الگوریتم MGGSM با گره‌های شناور در فازهای مختلف بهینه‌سازی

در جدول ۶ مساحت بدست آمده برای اعضا سازه با استفاده از الگوریتم PSO به روش MGGSM با گره‌های شناور داده شده است و با روش جستجوی چند منظوره و روش MGGSM با گره‌های ثابت مقایسه می‌شود. جدول ۷ تعداد اعضای سازه در روش‌های گوناگون را نشان می‌دهد.



جدول ۴: مساحت (in<sup>2</sup>) و تنش (Psi) برای خرپای ۱۲ گره ای با حداکثر مساحت مقطع ۳۵in<sup>2</sup>

MGGSM [۱۷]		MGGSM(C) [۲۰]		MGGSM(F)		شماره عضو
تنش	مساحت	تنش	مساحت	تنش	مساحت	
-۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	-۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	-۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	۸
۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	۵۰۰۰	۳۱/۶۲۲۸	۷
۲۴۰۰/۰۰۰		۲۴۰۰/۰۰۰		۲۴۰۰/۰۰۰		وزن کل سازه

جدول ۵: جابجایی در گره‌های سازه با توپولوژی و اندازه بهینه برای خرپای ۱۲ گره ای با حداکثر مساحت مقطع ۳۵in<sup>2</sup>

MGGSM [۱۷]		MGGSM(C) [۲۰]		MGGSM(F)		شماره‌گره
جابجایی گره	جابجایی گره	جابجایی گره	جابجایی گره	جابجایی گره	جابجایی گره	
y	x	y	x	y	x	
-۰/۶۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۶۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۶۰۰	۰/۰۰۰	۱

### ۵-۳ خرپای ۳۶ گره‌ای:

همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، سازه متشکل از ۳۶ گره بوده که به صورت شبکه فولادی ۵×۵ قرار گرفته‌اند و گره‌ی شماره ۳۱ تحت تاثیر بار متمرکز P=۲۰۰KN قرار گرفته است. این مثال از مرجع [۲۱] انتخاب شده است.

هدف، حداقل کردن وزن سازه به ازای قید تنش مجاز کششی و فشاری ۴۰MPa است. سطح مقطع سازه به صورت پیوسته بوده و حداقل مقدار ممکنه برای سطح مقطع اعضا ۰/۰۱cm<sup>2</sup>، حداکثر مقدار ممکنه برای سطح مقطع اعضا ۸۰/۰cm<sup>2</sup> می‌باشد.

برای کلیه اعضا خرپا مقدار  $E = 6897000 \text{ N/cm}^2 = 10^4 \text{ ksi}$  و  $\rho = 0.0271264 \text{ N/cm}^3 = 0.1 \text{ lb/in}^3$  است، قیده‌های تنش برای تمامی المان‌های خرپا و قید جابجایی برای تمامی گره‌های خرپا به صورت زیر می‌باشد.

$$\Delta_{all}^y = 5.08 \text{ cm} = 2 \text{ in}$$

$$\sigma_{all(Ten)} = \sigma_{all(com)} = \pm 17240 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 25 \text{ ksi}$$

در شکل ۱۳ نحوه بدست آوردن بهینه اندازه و توپولوژی با استفاده از روش MGGSM با گره‌های شناور در فازهای مختلف برای سازه ۳۶ گره‌ای می‌توانید مشاهده نمایید. علت تشابه بین فازهای سوم و چهارم در بهینه‌سازی به روش MGGSM در مثال بالا، این می‌باشد که فاز چهارم نقش بهینه اندازه برای فاز سوم را



مصرفی در سازه‌ی مورد نظر شده و سازه از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه‌تر می‌باشد.

شکل ۱۴: نمودار هم‌گرایی به توپولوژی و اندازه بهینه با استفاده از گره‌های شناور برای خرپا ۳۶ گره‌ای

### مراجع:

[1] Nocedal, J., Wright, S.J. Numerical optimization, 2th Edition, Springer Verlag, ۲۰۰۶.

[2] Luh, G. Ch., Lin, Ch. Y., Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization, Computers and structures, Vol. ۸۹, pp. ۲۲۲۱-۲۲۳۲, ۲۰۱۱.

[3] Deb, K., Gulati, S., Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. Finite Elements Anal Des, Vol. ۳۷, pp. ۴۴۷-۴۶۵, ۲۰۰۱.

[4] Tang, W., Tong, L., Gu Y. Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with size, shape and topology variables. Int J Numer Methods Eng Vol. ۶۲, pp. ۱۷۳۷-۱۷۶۲, ۲۰۰۵.

[5] Kawamura, H., Ohmori, H. Computational morphogenesis of discrete structures via genetic algorithms. MemSchEng, Vol. ۵۳, pp. ۲۸-۵۵, ۲۰۰۱.

[6] Hasançebi, O., Erbatur, F. Layout optimization of trusses using simulated annealing. Advances in Engineering Software Vol. ۳۳, pp. ۶۸۱-۶۹۶, ۲۰۰۲.

[7] Yang Y, Soh CK. Automated optimum design of structures using genetic programming. Computers Structures, Vol. ۸۰, pp. ۱۵۳۷-۱۵۴۶, ۲۰۰۲.

[8] Kaveh, A., Laknejadi, K., A Hybrid Multi-Objective Optimization and Decision Making Procedure for Optimal Design of Truss Structures, IJST, Transactions of Civil Engineering, Vol. ۳۵, No. ۲, pp. ۱۳۷-۱۵۴, ۲۰۱۱.

[9] Perez RE, Behdinan K. Particle swarm approach for structural design optimization. Computers and Structures, Vol. ۸۵, pp. ۱۵۷۹-۱۵۸۸, ۲۰۰۷.

[10] Li LJ, Huang ZB, Liu F, Wu QH. A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures. Computers and Structures, Vol. ۸۵, pp. ۳۴۰-۳۴۹, ۲۰۰۷.

[11] Li LJ, Huang ZB, Liu F. A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables. Computers and Structures, Vol. ۸۷, pp. ۴۳۵-۴۴۳, ۲۰۰۹.

[12] Kaveh A, Talatahari S. Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. Computers Structures, Vol. ۸۷, pp. ۲۶۷-۲۸۳, ۲۰۰۹.

[13] Kennedy, J., Eberhart, R. C., Particle swarm optimization, Proceeding of IEEE International conference on Neural network, Vol. ۴, pp. ۱۹۴۲-۱۹۴۸, ۱۹۹۵.

[14] Kwang, Y., Lee and Mohammad A., E1-Sharkwai, Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Application to

جدول ۶: مشخصات توپولوژی بهینه برای خرپای ۳۶ گره‌ای با حداکثر مساحت مقطع  $۸۰\text{ cm}^2$  در الگوریتم MGGSM با گره‌های شناور

حجم کل سازه (m)	$A_1(\text{cm}^2)$	$A_2(\text{cm}^2)$	
۱/۷۳۱۹۴	۶۰/۰	۸۰/۰	GA(M.S.M) [۲۱]
۱/۵۰۱۱	۵۰/۰۲۵۱	۷۰/۷۷۳۴	MGGSM(C) [۲۰]
۱/۵۰۰۲	۵۰/۰۱۲۱	۷۰/۷۱۳۵	MGGSM(F)

جدول ۷: مقایسه تعداد اعضا سازه مینا خرپا ۳۶ گره‌ای

تعداد اعضا	تعداد گره	روش بهینه سازی
۶۳۰	۳۶	GSM [۱۶]
۱۱۰	۳۶	GSM با گراف ستاره [۲۱]
۲۶	۳۶	MGGSM(F)

### ۶- بحث و نتیجه‌گیری:

روش MGGSM با گره‌های شناور برای یافتن توپولوژی و اندازه بهینه، سازه‌های گسسته با متغیر پیوسته ارائه شده است. فرایند بهینه‌سازی توپولوژی این الگوریتم در سه فاز انجام می‌شود. در فاز اول و دوم با شروع از حداقل سازه پایدار ممکن و سپس استفاده از ایده رشد این سازه، به حداقل سازه مینا ممکن می‌رسد. این ایده باعث کم شدن حجم محاسبات به خصوص برای تحلیل سازه‌ها بزرگ می‌گردد. با بررسی نتایج به دست آمده از روش MGGSM با گره‌های شناور با استفاده از الگوریتم PSO و مقایسه با مقالات متوجه دقت بسیار بالای این روش می‌شویم با این مزیت مهم که سازه مینا روش MGGSM با گره‌های شناور نسبت به روش GSM از اعضا کمتری تشکیل شده است و این امر باعث افزایش سرعت هم‌گرایی به جواب بهینه می‌شود و برای سازه‌های بزرگ و پیچیده دیگر به سخت‌افزار قدرتمند نداریم و با مقایسه کردن وزن سازه‌های خرپای به دست آمده به روش‌های MGGSM, GSM و M.S.M در این مقاله به این نتیجه می‌رسیم که وزن به دست آمده به روش MGGSM با گره‌های شناور از سایر روش‌ها گفته شده کمتر بوده و جواب‌هایی که از روش MGGSM با گره‌های شناور به دست می‌آید بهینه مطلق‌تری نسبت به سایر روش‌ها می‌باشد که این موجب کاهش هزینه

[۲۰] مسکر جهان‌آباد. صابر، بهینه‌سازی سازه‌های دو بعدی با استفاده از روش مینیمم رشد سازه‌های پایه با استفاده از الگوریتم گروه ذرات، کنفرانس مهندسی عمران، معماری و مدیریت پایداری شهری، گرگان، ۵ تیر ۱۳۹۳.

[۲۱] کلات جاری. وحید رضا، طالب پور. محمد حسین، آموزش کاهش تاثیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک در بهینه‌یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه‌های خرپایی توسط روش جستجوی چند منظوره، نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش، سال چهارم، جلد ۴، شماره ۴، پاییز ۱۳۸۸.

Power Systems, IEEE Press, John Wiley & sons, INC, publication, ۲۰۰۸.

[15] Kennedy, J. The particle swarm: social adaptation of knowledge, Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, (Indian polis), IEEE service center, ۳۰۳-۳۰۸, ۱۹۹۷.

[16] Faramarzi, A., Afshar, M. H., Application of Cellular Automata to size and Topology Optimization of Truss Structures, Scientia Iranica A, Vol. ۱۹, No. ۳, pp. ۳۷۳-۳۸۰, ۲۰۱۲.

[۱۷] شیخی. مجتبی، بهینه‌سازی اندازه، شکل و توپولوژی سازه‌های گسسته با استفاده از روش‌های هیورستیکی اصلاح یافته، پایان‌نامه دوره دکتری مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی، تابستان ۱۳۹۲.

[18] Ringertz, U. T., On Topology Optimization of Trusses, Engineering Optimization, Vol. ۹, pp. ۲۰۹-۲۱۸, ۱۹۸۵.

[19] Luh, G.C., Lin, C. Y., Optimal Design of Truss Structures Using Ant Algorithm, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. ۳۶, pp. ۳۶۵-۳۷۹, ۲۰۰۸.