

طراحی و بررسی تحلیلی یک بزرگنمای مکانیکی بدون مفصل

امیر رضا عسکری^۱

amaskari@gmail.com

عبدالرحیم عسکری^۲

چکیده

در این پژوهش با معرفی و بررسی چند مکانیزم بزرگنمای مکانیکی^۱، مدلی جدید معرفی، طراحی و تحلیل شده است. این مکانیزم جدید می‌تواند نسبت بزرگنمایی بالایی را در ابعادی فشرده بدست دهد. فرکانس طبیعی بالا و نیز عدم وجود حرکات عرضی از جمله مزایای این مدل جدید نسبت به مدل‌های معرفی شده می‌باشد. به منظور ارائه بررسی تحلیلی برای این مکانیزم جدید از مدل شبه صلب^۲ استفاده شده و این مدل برای بهترین شرایط کاری بهینه گردیده است. این مدل همچنین با استفاده از روش اجزای محدود تحلیل و صحت‌گذاری شده است. نتایج اجزای محدود به منظور مشخص کردن اثر پارامترهایی که در مدل شبه صلب دیده نشده اند استفاده شده است. مکانیزمی بهینه به همراه نقشه ساخت و ابعاد کامل در انتها ارائه گردیده است.

واژه‌های کلیدی: مکانیزم‌های بدون مفصل، بزرگنمای مکانیکی، مدل شبه صلب در تحلیل مکانیزم‌های بدون مفصل.

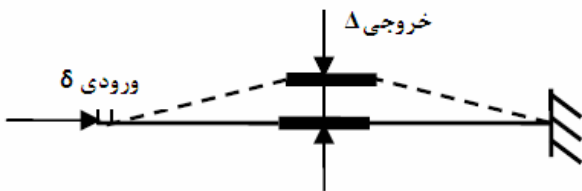
۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
۲- استادیار گروه فیزیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

گردیده و مکانیزمی بهینه به همراه نقشه‌های ساخت و ابعاد کامل ارائه گردیده است.

۲- بررسی گذرای چند مکانیزم بزرگنمای بدون مفصل

۱-۲- بزرگنما بر اساس کمانش یک میله باریک

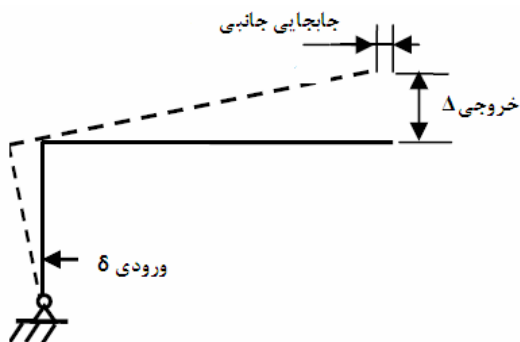
یک میله باریک تحت بار محوری، در صورتیکه بار اعمالی از مقدار بحرانی بگذرد کمانش می‌کند [۱۱]. همانگونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، در اثر ورودی δ خروجی Δ را خواهیم داشت. سیف و مکدونالد [۹] از ساختار کمانشی برای اندازه گیری نیرو و ثابت فنریت در ساختارهای میکرو استفاده کرده بودند. مهمترین ایراد این ساختار این است که باید حتما نیرو از حد بحرانی بیشتر باشد.



شکل ۱. استفاده از یک تیر در حال کمانش برای افزایش جابجایی

۲-۲- بزرگنما با استفاده از ساختاری اهرم مانند

یکی از ساده ترین روش‌ها استفاده از ساختارهای اهرم مانند یک یا چند میله مانند شکل (۲) است [۲، ۳، ۸، ۱۲-۱۷]. ایراد اصلی این مدل مکانیزم‌ها وجود حرکات جانبی ناخواسته است که در اغلب موارد مشکل سازند. در مراجع بالا پایه تمام پژوهش‌ها این مدل مکانیزم بوده است. از جمله کارهای انجام شده می‌توان به محاسبه نرخ بزرگنمایی نیرو توسط سو و یانگ [۱۲] برای حالات یک بازویی یا دو بازویی اشاره نمود. همچنین سایر و تیگو با استفاده از یک نمونه اهرم دو بازویی جابجایی یک پیژوالکتریک را تا $50 \mu\text{m}$ با رزولوشنی کمتر از ۱ نانومتر رساندند [۱۵].



شکل ۲. استفاده از یک نمونه اهرم برای افزایش جابجایی

۱-مقدمه

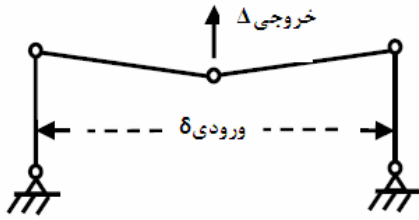
مکانیزم‌های بدون مفصل نوعی از مکانیزم‌های مورد استفاده به عنوان بزرگنما می‌باشند. این نوع مکانیزم‌ها علاوه بر ارائه دقت بهتر نسبت به مکانیزم‌های مفصل دار موجب حذف اصطکاک بین مفصل‌ها شده و مشکل ارتعاشات ناخواسته را که به علت حرکات مفصل ایجاد می‌شود حل می‌کنند. رزولوشن بالا و ارائه حرکتی نرم و پیوسته از جمله مزایای این مکانیزم‌ها نسبت به مکانیزم‌های مفصل‌دار است. بزرگنماهای مکانیکی معمولا به منظور افزایش جابجایی محرک‌های پیژوالکتریک استفاده می‌شوند، چراکه محرک‌های پیژوالکتریک جابجایی کم (معمولا بین $15 \mu\text{m}$ تا $20 \mu\text{m}$) و نیروی زیادی را در ابعاد فشرده ارائه می‌دهند. این نوع محرک‌ها پتانسیل الکتریکی را مستقیما به کار مکانیکی تبدیل می‌کنند و به همین خاطر کاربرد زیادی دارند [۱].

مکانیزم‌های بدون مفصل را می‌توان با تغییر ساختار از مکانیزم‌های مفصل دار بدست آورد و با استفاده از مدل شبه صلب آنها را تحلیل نمود. نسبت بزرگنمایی و بالا بودن فرکانس طبیعی دو ویژگی حائز اهمیت برای یک بزرگنمای بدون مفصل است [۱]. لازم به ذکر است که طبق اصل پایستگی انرژی با افزایش جابجایی، نیروی وارد شده از طرف مکانیزم کاهش می‌یابد، ولی از آنجا که محرک‌های پیژوالکتریک می‌توانند نیروی زیادی تولید کنند، این کاهش مشکلی ایجاد نخواهد نمود.

مکانیزم‌هایی که معمولا در افزایش جابجایی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲-۱۰] دارای مشکلاتی از قبیل پایین بودن نسبت بزرگنمایی و یا فرکانس طبیعی و همچنین وجود حرکات عرضی در خروجی بوده اند. مکانیزم معرفی شده در این مقاله علاوه بر نداشتن مشکل حرکات عرضی مزاحم در خروجی، نسبت بزرگنمایی و فرکانس طبیعی بالایی نیز دارد. فرکانس طبیعی بالا گستره طراحی را برای طراح افزایش داده و امکان طراحی مناسب و به دور از رزونانس را برای وی به ارمغان می‌آورد.

این مکانیزم در ادامه با روش شبه صلب به صورت تحلیلی بررسی شده است. عدم وجود حرکات عرضی برای آن اثبات شده و نسبت بزرگنمایی به صورت تابعی از پارامترهای سیستم محاسبه گردیده است. فرکانس طبیعی نیز با استفاده از مدل یک درجه آزادی معادل، تخمین زده شده و به عنوان عامل موثر در طراحی مد نظر قرار گرفته شده است. در انتها با توجه به تعامل بین افزایش نسبت بزرگنمایی و کاهش فرکانس طبیعی حالت بهینه‌ای برای سیستم بدست آورده شده است. مدل بهینه به صورت سه بعدی شبیه سازی و تحلیل المان محدود شده است. در نهایت با مقایسه نتایج المان محدود و پاسخ تحلیلی، ضمن تایید نتایج المان محدود اثر پارامترهایی که در مدل شبه صلب، ساده سازی شده بودند بررسی

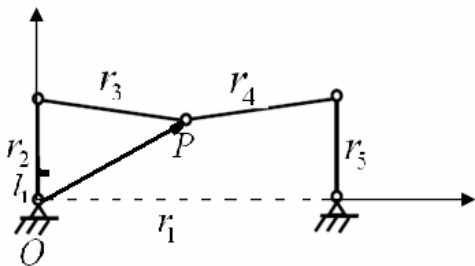
مکانیزم است که در ادامه پارامترهای بهینه نیز بدست آورده شده است.



شکل ۵. استفاده از یک مکانیزم پنج میله متقارن برای افزایش جابجایی

۱-۳- بررسی تحلیلی مکانیزم و بدست آوردن نسبت بزرگنمایی

به منظور بدست آوردن بزرگنمایی مکانیزم با استفاده از معادلات حلقه بسته [۱] پارامترهای لازم را طبق شکل (۶) در نظر می‌گیریم.



شکل ۶. پارامترهای مکانیزم پنج میله متقارن

معادلات حلقه بسته برای نقطه P به صورت رابطه (۱) هستند:

$$\vec{r}_p = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_5 + \vec{r}_4 \quad (1)$$

با در نظر گرفتن زوایای هر بردار با راستای مثبت جهت x ، معادلات رابطه (۱) را برای راستاهای x و y می‌نویسیم. از طرفی شرایط رابطه (۲) به علت متقارن بودن هندسه مکانیزم و همچنین متقارن بودن دو ورودی θ_2 و θ_5 (به دلیل نحوه نوسان پیزوالکتریک) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \vec{r}_2 &= \vec{r}_5 \\ \vec{r}_3 &= \vec{r}_4 \\ \theta_2 &= \pi - \theta_5 \end{aligned} \quad (2)$$

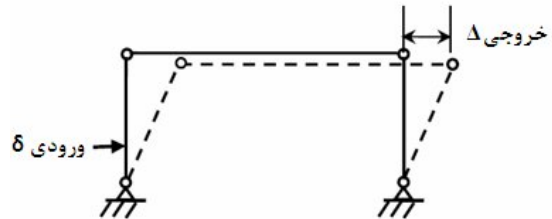
با اعمال شرایط رابطه (۲) و جایگزین کردن در رابطه (۱) پس از ساده سازی رابطه (۳) بدست می‌آید:

$$\theta_3 = \cos^{-1} \left(\frac{r_1 - 2r_2 \cos \theta_2}{2r_3} \right) \quad (3)$$

$$\theta_4 = \pi - \theta_3$$

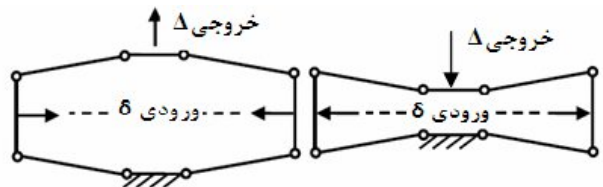
۲-۳- بزرگنما با استفاده از یک چهار میله موازی

این حالت که در شکل (۳) نشان داده شده است، نسبت به حالت پیشین سختی^۲ بیشتری دارد که باعث افزایش فرکانس طبیعی سیستم می‌شود. هرچند در این حالت مشکل حرکات عرضی حل نشده باقی مانده است. رو و گون [۱۸] خطاهای ناشی از ساخت را که در این مدل بزرگنما رخ می‌دهد بررسی کرده اند.



شکل ۳. استفاده از یک مکانیزم چهارمیله موازی برای افزایش جابجایی

برای کاهش خطاهای ساخت و از بین بردن جابجایی عرضی مکانیزم شبه چهارمیله متقارنی شبیه به آنچه در شکل (۴) نشان داده شده است به کار برده شده است [۶، ۱۰]. پکینس و گارسیا [۶] یک میکرو بزرگنما با نسبت بزرگنمایی ۵/۴۸ را بر اساس این مدل ساخته اند. همچنین لوبونیتو و گارسیا [۱۰] روشی تحلیلی را برای محاسبه سختی و جابجایی در مکانیزم‌های صفحه‌ای با مفاصل خمیده تک محوره^۴ ارائه نمودند. هرچند که این مدل نیز نتوانست مشکل فرکانس طبیعی پایین را حل نماید.



شکل ۴. استفاده از یک مکانیزم شبه چهارمیله متقارن برای افزایش جابجایی

۱- معرفی و تحلیل مدل پیشنهادی

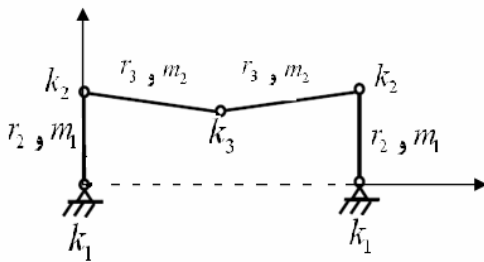
مدل پیشنهادی بر اساس یک پنج میله متقارن می‌باشد که در شکل (۵) نشان داده شده است. از جمله مزایای این مدل نسبت به مدل‌های پیشین، نبود حرکات جانبی و نسبت بزرگنمایی بالاست. همچنین فرکانس طبیعی بالای این مدل کنترل آن را راحتتر می‌نماید. البته بدست آمدن این شرایط تابع پارامترهای طراحی

^۲ stiffness

^۴ Single-axes flexure hinge

۳-۲- بدست آوردن فرکانس طبیعی سیستم

همانطور که در شکل (۶) نشان داده شد، برای نمایش مدل شبه صلب برای یک مکانیزم بدون مفصل کافی است به مفاصل ساده آن مکانیزم فنرهای پیچشی با ثابت k که بسته به مدل مفصل قابل محاسبه هستند [۱۹، ۲۰] افزوده شود (شکل (۷)). با در نظر گرفتن مدل متمرکز^۵ و ساده ارتعاشی و نوشتن روابط انرژی پتانسیل و جنبشی می‌توان به ترتیب سختی و لختی معادل را طبق رابطه (۱۰) محاسبه نمود.



شکل ۷. پارامترهای مکانیزم شبه صلب پنج میله متقارن

$$k_{eq} = 2[k_1 + (\alpha - 1)^2 k_2 + 2k_3 \alpha^2] \quad (10)$$

$$I_{eq} = \rho \left[\frac{4}{3} A_1 r_2^3 + 2 A_2 r_2^2 r_3 + 4 \alpha A_2 r_2 r_3^2 + \left(\frac{2}{3} + 2 \alpha^2 \right) A_2 r_3^3 \right]$$

که در رابطه (۱۰) A_i سطح مقطع میله‌های با جرم m_i ، چگالی ρ ماده سازنده مکانیزم و α عبارتی است که در رابطه (۱۱) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که فرض $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ نیز همچنان معتبر است.

$$\alpha = \frac{-2r_2}{\sqrt{4r_3^2 - r_1^2}} \quad (11)$$

اکنون با داشتن لختی و جرم معادل فرکانس طبیعی به راحتی قابل محاسبه است. برای محاسبه ضرایب سختی k کافی است از روابط داده شده توسط پارس و ویسبرد [۱۹] ویا لوبونیتو و پانیک [۲۰] استفاده کرد. طبق این روابط سختی مفاصل مدور^۶ طبق رابطه (۱۲) و مفاصل با گوشه‌های گرد شده با رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود.

$$k = \frac{2Ebt^{\frac{5}{2}}}{9\pi R^{\frac{1}{2}}} \quad (12)$$

اکنون برای بدست آوردن نسبت بزرگنمایی مکانیزم کافی است تغییرات r_{py} که تجزیه بردار \vec{r}_p در راستای y است نسبت به تغییرات θ_2 نوشته شود.

$$(4)$$

$$r_{py} = r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3$$

$$\delta r_{py} = \delta(r_2 \sin \theta_2) + \delta(r_3 \sin \theta_3) \quad (5)$$

با جایگذاری از رابطه (۳) در رابطه (۵) و اعمال فرض ساده کننده

و مجاز $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ (به این علت که مکانیزم دارای شرایط اولیه ای است که حول آن نوسان می‌کند و در این مورد به اینگونه انتخاب شده است.) رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) خلاصه خواهد شد:

$$(6)$$

$$\delta r_{py} = \frac{-r_1 r_2}{\sqrt{4r_3^2 - r_1^2}} \delta \theta_2$$

بنابراین نسبت بزرگنمایی با فرض وارد شدن نیرو به فاصله l_1 از نقطه O در شکل (۶) به صورت نشان داده شده در رابطه (۷) خواهد بود:

$$Mf = \frac{r_1 r_2}{l_1 \sqrt{4r_3^2 - r_1^2}} \quad (7)$$

لذا باید همواره $r_3 > \frac{r_1}{2}$ باشد که البته از ظاهر شکل (۶) نیز نمایان است.

۳-۱-۱ اثبات عدم وجود جابجایی عرضی

برای این منظور کافی است تغییرات r_{px} که تجزیه بردار \vec{r}_p در راستای x است نسبت به تغییرات θ_2 نوشته شود. در این حالت نیز شرط $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ اعمال شده است که خود دلیلی بر درست انتخاب کردن این شرایط کاری است.

$$r_{px} = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 \quad (8)$$

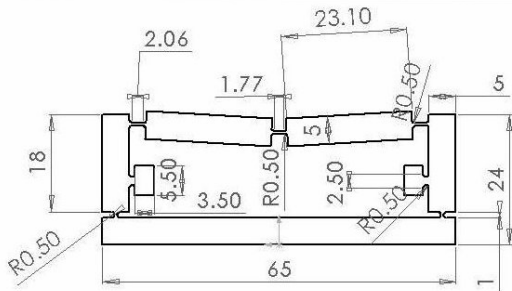
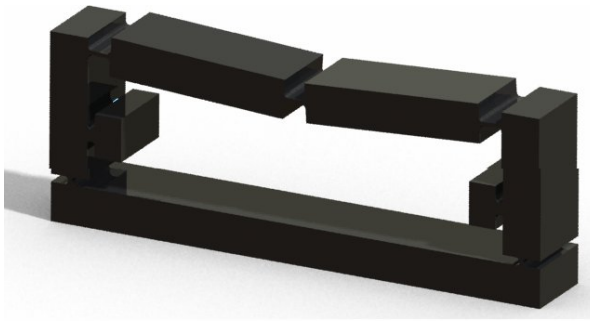
$$\delta r_{px} = \delta(r_2 \cos \theta_2) + \delta(r_3 \cos \theta_3) \quad (9)$$

با جایگذاری از رابطه (۳) در رابطه فوق $\delta r_{px} = 0$ بدست می‌آید.

^۵ lumped

^۶ Right circular hinge

اکنون با توجه به اندازه‌های ارائه شده در روابط (۱۴) و (۱۵) مدل سه بعدی مکانیزم مورد نظر را می‌توان به صورت شکل (۹) در نظر گرفت.



شکل ۹. مدل کد مکانیزم پنج میله متقارن و اندازه‌ها

همانطور که مشخص است برای تطبیق مدل شبه صلب تحلیل شده با مدل کد باید از زاویه اعضا به جای طول آنها استفاده نمود، لذا کافی است زاویه φ (زاویه عضو ۳ با افق) در این دو مدل یکسان باشند. (به دلیل تفاوت ظاهری در مدل‌ها امکان تطبیق با توجه به اندازه بازوی r_3 وجود ندارد).

تا کنون بهترین مکان کاری برای مکانیزم بر اساس مدل شبه صلب در رابطه (۱۵) به دست آورده شد. اکنون برای مقایسه نتایج و تایید آنها و بررسی اثر پارامترهایی که در مدل شبه صلب اثرشان دیده نشده است، کافی است مدل معرفی شده در شکل (۹) با استفاده از روش المان محدود نیز تحلیل شود. برای این منظور مدل معرفی شده در شکل (۹) توسط نرم افزار تجاری Abacus CAE با استفاده از المان $C3D20R$ تحلیل شده و اثر پارامترهای مختلف نشان داده شده در رابطه (۱۲ و ۱۳) بررسی شده است. با این کار علاوه بر مشاهده تطبیق مدل تحلیلی با مدل کد که تحلیل اجزای محدود بر روی آن انجام شده است، به این نتیجه دست خواهیم یافت که بیشترین اثر مربوط به ضخامت مفاصل با گوشه های گرد شده (t) می‌باشد که تاثیر آن روی نسبت بزرگنمایی محاسبه شده بر اساس مدل شبه صلب دیده نشده است. در ادامه تغییرات فرکانس طبیعی و نسبت بزرگنمایی نسبت به این عامل در جدول (۱) نشان داده شده است.

$$k = \frac{Ebt^3}{12(l - 2r + 2rf(s))} \quad (13)$$

$$s = \frac{2r}{t}$$

$$f(s) = \frac{(2s+1)(3s^2+2s+1) + 3s(s+1)^2\sqrt{2s+1}\tan^{-1}(\sqrt{2s+1})}{(s+1)(2s+1)^3}$$

که در روابط بالا E ضریب الاستیسیته ماده، b ارتفاع عمود بر صفحه مفصل، t ضخامت مفصل، R شعاع مفصل و r شعاع فیلت است.

۲- نتایج و بحث

به منظور محاسبه نسبت بزرگنمایی، فرکانس طبیعی سیستم و بدست آوردن شرایط کاری بهینه مکانیزم، ابتدا با در نظر گرفتن r_3 به عنوان پارامتر متغیر و سایر پارامترها به صورت ارائه شده در رابطه (۱۴)، می‌توان بهترین r_3 را که شرایط نسبت بزرگنمایی و فرکانس طبیعی بالا را بدست می‌دهد، محاسبه نمود.

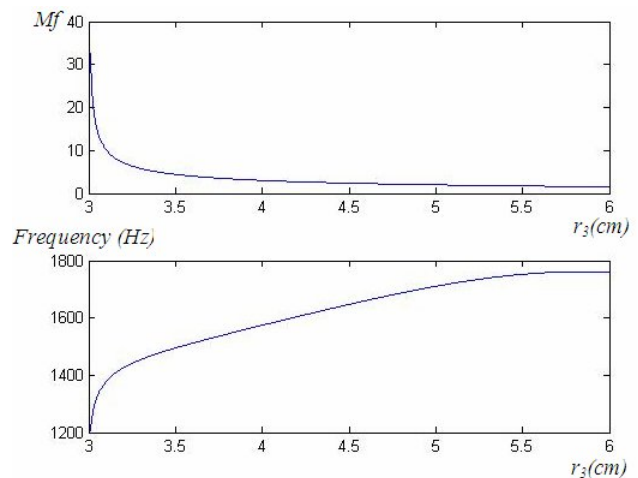
$$r_1 = 60mm, r_2 = 16mm, l_1 = 6mm,$$

$$A_1 = A_2 = .5cm^2, \rho = 3gr/cm^3, \quad (14)$$

$$E = 117Gpa, l = 3mm, b = 10mm,$$

$$t = r = .5mm, R = 1.5mm$$

اکنون کافی است فرکانس طبیعی و نسبت بزرگنمایی بر حسب طول بازوی r_3 رسم شود، خواهیم داشت:



شکل ۸. تغییرات فرکانس طبیعی و نسبت بزرگنمایی نسبت به طول بازوی ۳

با توجه به شکل (۸) و محدودیتی که در رابطه (۶) به آن اشاره شد، پارامترهای بهینه برای بهترین عملکرد مدل شبه به صورت رابطه (۱۵) می‌باشد:

$$r_{3_{opt}} = 30.05mm \Rightarrow Mf = 14.5 \& f = 1325Hz \quad (15)$$

- King T., and Xu W.; "The Design and [۲] Characteristics of Piezomotors Using Flexure-Hinged Displacement Amplifiers" Robotics and Autonomous Systems; Vol. 19, No.2, 1996, pp 189-197.
- Xu W., and King T.; "Flexure Hinges for [۳] Piezoactuator Displacement Amplifiers: Flexibility, Accuracy, and Stress Consideration" Precision Engineering; Vol. 19, No.1, 1996, pp 4-10.
- Du H. J., Lau G. K., Lim M. K., and Qui J. [۴] H.; "Topological Optimization of Mechanical Amplifiers for Piezoelectric Actuators under Dynamic Motion" Smart Materials and Structures; Vol. 9, No. 6, 2000, pp 788-800.
- Precht E. F., and Hall S. R.; "Design of a [۵] High Efficiency, Large Stroke, Electromechanical Actuator" Smart Materials and Structures; Vol. 8, No. 1, 1999, pp 13-30.
- Pokines B. J., and Garcia E.; "A Smart [۶] Material Microamplification Mechanism Fabricated Using LIGA" Smart Materials and Structures; Vol. 7, No. 1, 1998, pp 105-112.
- Gao P., Swei S. M., and Yuang Z. J.; "A New [۷] Piezodriven Precision Micropositioning Stage Utilizing Flexure Hinges" Nanotechnology; Vol. 10, No. 4, 1999, pp 105-112.
- Yang R. Y., Jouaneh M., and Scheweizer R.; [۸] "Design and Characterization of a Low-Profile Micropoitioning Stage" Precision Engineering; Vol. 18, No. 1, 1996, pp 20-29.
- Saif M. T. A., and Macdonald N. C.; [۹] "Measurement of Forces and Spring Constant of Microinstruments" Review of Scientific Instruments; vol. 69, No. 3, 1998, pp 1410-1422.
- Lobonitu N., and Garcia E.; "Analytical [۱۰] Model of Displacement Amplification and Stiffness Optimization for a Class of Flexure-Based Compliant Mechanisms" Computers and Structures; Vol. 81, No. 32, 2003, pp 2797-2810.
- Timoshenko S. P., and Gere J. M., Theory of [۱۱] Elastic Stability, New York, McGraw-Hill 1961.
- Su X. P. S., and Yang H. S.; "Design of a [۱۲] Compliant Microleverage Mechanisms" Sensors and Actuators; Vol.87, No. 3, 2001, pp 146-156.
- Gao P., Swei S. M., and Yuan Z. J.; "A New [۱۳] Piezodriven Precision Micropositioning Stage Utilizing Flexure Hinges" Nanotechnology; Vol. 10, No. 4, 1999, pp 394-398.

جدول ۱. تغییرات نسبت بزرگنمایی و فرکانس طبیعی اول مکانیزم ۵ میله متقارن نسبت به تغییر ضخامت مفاصل با گوشه‌های گرد شده (t)

$t(mm)$	0.3	0.5	0.7	0.9
$f(Hz)$	997.91	1291.1	1381.8	1483.9
Mf	18.32	13.83	5.82	3.34

به دلیل ساده سازی های انجام شده در تحلیل مدل شبه صلب اعم از در نظر گرفتن میله‌ها به عنوان اعضای صلب و جایگذاری مقادیر سختی مفاصل با روابط تقریبی موجود و تخمین فرکانس طبیعی با مدل یک درجه آزادی باعث ایجاد خطای موجود شده است. که البته هدف از تحلیل شبه صلب بدست آوردن مقادیر دقیق فرکانس طبیعی و نسبت بزرگنمایی نبوده، بلکه هدف بدست آوردن رابطه‌ای ساده و کارآمد برای تخمین اثر پارامترهای سیستم در میزان نسبت بزرگنمایی و فرکانس طبیعی به منظور بدست آوردن نقطه بهینه طراحی بوده است.

با توجه به داده‌های جدول (۱) و روابط (۱۰، ۱۲ و ۱۳) با افزایش t فرکانس طبیعی افزایش ولی نسبت بزرگنمایی کاهش می‌یابد. با کاهش زاویه φ تا نزدیک صفر هم می‌توان بزرگنمایی را افزایش داد ولی فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. انتخاب مقدار t و φ بستگی به محدودیت‌های طرح دارد. در اینجا $t=0.5mm$ و $\varphi = 3.44^\circ$ ($r_3 = 30.05mm$) بهترین حالت است.

۳- نتیجه گیری

در این مقاله یک مکانیزم بزرگنمای مکانیکی ارائه و با بررسی آن به روش تحلیلی مزایای آن نسبت به سایر مکانیزم‌های موجود نشان داده شده است. همچنین با شبیه سازی نحوه عملکرد آن با استفاده از نرم افزار تجاری Abacus CAE علاوه بر نشان دادن تطبیق حل تحلیلی با عددی اثر پارامترهای موثر در کارایی آن بررسی شده است. طبق این تحلیل زاویه عضو ۳ با افق و ضخامت مفاصل با گوشه‌های گرد شده بیشترین تاثیر را بر نسبت بزرگنمایی و فرکانس طبیعی به عنوان ملاک کارایی مکانیزم می‌گذارند. با بررسی این تاثیر در نهایت مکانیزمی با پارامترهای بهینه ارائه شده است.

۴- منابع

- [۱] Howell L. L., Compliant Mechanisms, New York, John Wiley and Sons 2001.

- Tenzer P. E., and Mrad R. B.; "On^[۱۴] Amplification in Inchworm Precision Positioners" *Mechatronics*; Vol. 14, No. 5, 2004, pp 515-531.
- Scire F. E., and Teagu E. C.; "Piezodriven 50-^[۱۵] μm Range Stage with Subnanometer Resolution" *Review of Scientific Instruments*; Vol. 49, No. 12, 2003, pp 1735-1740.
- Jouaneh M., and Yang R. Y.; "Modeling of^[۱۶] Flexure Hinge Type Lever Mechanisms" *Precision Engineering*; Vol. 27, No. 4, 2003, pp 407-418.
- Varma V. K., and Dixon W. E.; "Design of a^[۱۷] Piezoelectric Meso-Scale Mobile Robot: A Compliant Amplification Approach" *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*; Vol. 2, 2002, pp 1137-1142.
- Rue J. W., and Gweon D. G; "Error Analysis^[۱۸] of a Flexure Hinge Mechanism Induced by Machining Imperfection" *Precision Engineering*; Vol. 21, No. 1, 1997, pp 83-89.
- Paros J. M., and Weisbord L.; "How to^[۱۹] Design Flexure Hinges" *Machine design*; Vol. 27, 1965, pp151-156.
- Lobonitu N., Paine J. S. N., Garcia E., and^[۲۰] Goldfarb M.; "Corner-Filletted Flexure Hinges" *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*; Vol. 123, No. 3, 2001, pp 346-352.